Einfluß der Federung auf den Antrieb −Pedalrückschlag−

Peter Schäfer 27. Dezember 2001

Ausgangspunkt ist ein Modell, das dem Vorgehen von Carsten Thies in der Pro Velo 38 entspricht. Das Koordinatensystem ist dabei fest mit dem Rahmen verbunden. Das Hinterrad stehe auf einer Linie, deren Höhe verändert wird, und kann, wenn notwendig, auf dieser abrollen. Betrachtet wird die Veränderung der Kettenlinie und daraus resultierend die Veränderung der Pedalstellung, die durch die Änderung der Stellung der Schwinge beim Einfedern hervorgerufen wird. Ziel ist es, die Geometrie so zu gestalten, daß dieser Wert über den gesamten Federweg minimal bleibt.. Geht man davon aus, das der negative Federweg etwa ein Viertel des positiven Federweges betragen sollte, dann liegen optimale Verhältnisse vor, wenn die Länge der Kettenlinie bei 1/4 und 3/4 des gesamten Federweges gleich ist. Ein minimaler Pedalrückschlag ist gleichbedeutend mit einer minimalen Einwirkung der Antriebskräfte auf die Federung, zumindest solange wie von den aus Vortriebskräften und Fahrwiderständen folgenden Drehmomenten abgesehen wird. Kommt eine Nabenschaltung zum Einsatz, ändert diese erstens das wirksame Verhältnis von Raddurchmesser zu Ritzeldurchmesser und leitet zweitens ein vom eingelegten Gang abhängiges und der Kettenzugkraft proportionales Drehmoment in die Schwinge ein. Nach der Herleitung der verwendeten Formeln und Funktionen werden diese auf einige zu diesem Zweck vermessene Tieflieger, sowohl kommerzielle Produkte als auch Eigenbauten, angewandt. Desweitern wird die Optimierung eines Semitiefliegerentwurfes demonstriert. Das gleiche Geometriemodell kann ebenfalls auf verschiedene Varianten eines Vorderradantriebes angewandt werden.

■ Geometrie mit Umlenkrolle im Zugtrum

Die Geometrie wird beschrieben durch die folgenden Parameter
1. Angaben zum angetriebenen Rad
Die wichtigen Geometriedaten sind die Lage des Mittelpunktes {xRad,yRad}, der Radius des Rades, der Radius des Ritzels und das Übersetzungsverhältnis zwischen Ritzel und Rad bei Verwendung einer Getriebenabe. Bei einer reinen Kettenschaltung ist dieser Wert definitionsgemäß 1.0. Der Radius des Ritzels wird dabei durch die Anzahl der Zähne gegeben. Die Winkelstellung des Rades phi berücksichtigt dessen Drehung , die aus der Veränderung der Lage des Radmittelpunktes beim Einfedern folgt, und wird für die interne Verwendung ebenfalls als Geometrieparameter übergeben.

Rad={pRad,radiusRad,RadiusRitzel,uGetriebe,phi}

2. Angaben zum Schwingenlager
Geht man von einem eingelenkigen Aufbau, der mechanisch am einfachsten zu realiserenden Variante, aus, dann beschreiben alle mit der Schinge verbundenen Teil beim Ein−bzw. Ausfedern einen Kreisbogen um das Schwingenlager. In diesem Fall beschränken sich die notwendigen Angaben auf die Lage des Drehpunktes {xLager,yLager}. Im Falle eines Aufbaues mit mehr als einem Gelenk, häufig werden dann vier Gelenke benutzt, beinhaltet die Liste entsprechend mehr Einträge. Für eine Schwinge mit 4 Gelenken sind die ersten beiden Positionen die Gelenke am Rahmen und die letzten beiden die Gelenke an dem Teil der Schwinge, an welchem die Ausfallenden zur Aufnahme des angetriebenen Rades befestigt sind. Eine besonderer Fall liegt dabei vor, wenn zum einen der Abstand der Gelenke 1 und 2 am Rahmen genauso groß ist, wie der Abstand der Punkte 3 und 4 und zum anderen die beiden Verbindungen zwischen den Gelenken 1und 3 sowie 2 und 4 die gleiche Länge aufweisen. In diesem Fall liegt ein besonders einfach zu berechnendes Parallelogramm vor, das durch die Angabe der Positionen von nur zwei Gelenken , Punkt 1 und 3 oder Punkt 2 und 4, ausreichend beschrieben wird. Eine Optimierung der Position des Schwingenlagers ist mit vertretbarem Aufwand nur für die einfache Schwinge möglich.

Lager={pLager}
Lager={pLager1,pLager2}
Lager={pLager1,pLager2,pLager3, pLager4 }

3. Angaben zur Umlenkrolle
Hier werden die Koordinaten des Mittelpunktes {xRolle,yRolle} und der Radius der Umlenkrolle benötigt. Dieser wird durch eine Zähnezahl beschrieben, wobei auch nicht ganzzahlige Werte zulässig sind. Die Umlenkrolle kann sowohl am Rahmen als auch an der Schwinge montiert sein. Dabei bedeutet *rahmenfest=True* Montage am Rahmen beziehungsweise *rahmenfest=False* Montage an der Schwinge. Im letzteren Falle ändert sich die Position der Umlenkrolle beim Einfedern. Da die Laufrichtung der Rolle, die durch die Art der Umschlingung bestimmt wird, aus der Geometrie nicht immer eindeutig ermittelt werden kann, ist es notwendig diese ebenfalls mit anzugeben. Ein Wert von +1 bedeutet, das sich die Umlenkrolle in der gleichen Richtung dreht wie das Kettenblatt bzw das Ritzel. Die Kettenlinie entspricht den ÄußerenTangenten. Analog ist die Drehrichtung von Ritzel und Umlenkrolle gegenläufig, wenn die Kettenlinie durch die inneren Tangenten beschrieben wird. Der Wert für die Laufrichtung ist in diesem Fall negativ.

Rolle={pRolle,radiusRolle,rahmenfest,Laufrichtung}

4. Angaben zum Kettenblatt
Das Kettenblatt wird durch die Lage seines Mittelpunktes {xKettenblatt,yKettenblatt} und den Radius beschrieben. Letzterer wird wieder durch die Zähnezahl gegeben. Desweiteren wird noch die Länge des Kurbelarmes benötigt.

Kettenblatt={pKettenblatt,radiusKettenblatt,radiusKurbel}

Die gesamte für das hier betrachtete Problem relevante Geometrie wird somit durch eine Liste beschrieben, die die obigen Listen aufnimmt.

Geometrie={Rad,Lager,Rolle,Kettenblatt}

Die Einfederung *deltay* ist der Wert , um den die Radaufstandslinie in ihrer Höhe verändert wird. Dabei kann das Rad auf dieser Linie abrollen und ändert entsprechend dem sich ergebenden Wert von *deltax* seine Winkelstellung *phi.*

■ Funktion zur Aufstellung der Geometrie

```
In[1]:= Off[General::spell1];
        Off[General::spell];
        SetOptions[Display, ImageSize → 5 * 72];
```

Diese Funktion fasst alle globalen Einzelparameter zusammen und erstellt daraus die aktuelle Geometrieliste, die dann an die anderen Funktionen übergeben wird. Der Winkelstellung *phi0* des Rades wird dabei ein zahlenwert zugeordnet, der durch den Winkel der Verbindungslinie zwischen Radmittelpunkt und Lager dr Umlenkrolle gegeben ist. Der Wertebereich umfasst alle Werte zwischen −90°und 270°. Dadurch kann sichergestellt werden, daß unabhängig von der konkreten Geometrie immer eine ausreichende Umschlingung des Ritzels bei der Berechnung der Kettenlänge gewährleistet ist.

```
In[4]:= MakeGeometrie[] := Module[{Lager, phi0},
          radiusRitzel = zRitzel * (25.4 / 2) / (2 * Pi);
          radiusRolle = zRolle * (25.4 / 2) / (2 * Pi);
          radiusKettenblatt = zKettenblatt * (25.4 / 2) / (2 * Pi);
          If[Not[VectorQ[xLager]], Lager = {{xLager, yLager}},
                                   Lager = Transpose[{xLager, yLager}]];
          If[xRolle == xRad, phi0 = Sign[yRolle - yRad] * Pi / 2,
           phi0 = ArcTan[(yRolle - yRad) / (xRolle - xRad)] + (1 - Sign[xRolle - xRad]) * Pi / 2
          ];
          {{{xRad, yRad}, radiusRad, radiusRitzel, uGetriebe, phi0},
           Lager,
            {{xRolle, yRolle}, radiusRolle, rahmenfest, Laufrichtung},
            {{xKettenblatt, yKettenblatt}, radiusKettenblatt, radiusKurbel}}
        ]
```

■ Funktion zur Berechnung der Geometrie nach Einfedern

Diese Funktion berechnet die neue Geometrie, die durch Einfedern des Rades um *deltay* entsteht.. Die notwendigen Parameter sind die Geometrie und der Wert *deltay*. Zurückgegeben wird die veränderte Geometrie. Die Länge der Liste, die das Schwingenlager beschreibt, enthält die notwendige Informazion über die konkrete Realisierung der Schwinge. Momentan kann eine Eingelenkschwinge, die nur durch das eine Schwingenlager in Verbindung mit der Position des Rades vollständig beschrieben wird, und eine Parallelogrammschwinge, die durch eines der beiden Gelenkpaare charakteriesiert wird, modelliert werden. Ist das Übersetzungsverhältnis der Nabe verschieden von 1 dann unterscheiden sich die Drehwinkel von Ritzel und Rad dementsprechend. Für die Bestimmung der als Folge der Raddrehung vom Ritzel auf− bzw. abgewickelten Kettenlänge ist die Drehung des Ritzels maßgeblich. Das wird bei der Berechnung der Änderungdes Winkels *phi* berücksichtigt.

```
In[5]:= GeometrieNeu[geometrie_List, deltay_Real] :=
         Module[{Rad, pRad, xRad, yRad, mRad, radiusRitzel, uGetriebe,
                phi, xRadNeu, yRadNeu,
                Lager, pLager, xLager, yLager,
                pRolle, xRolle, yRolle, radiusRolle, rahmenfest, Laufrichtung,
                Kettenblatt,
                lSchwinge, deltax, phiSchwinge, phiNeuSchwinge,
                lHebel, phiHebel, deltaphi},
          {Rad, Lager, Rolle, Kettenblatt} = geometrie;
          {pRad, radiusRad, radiusRitzel, uGetriebe, phi} = Rad;
          {xRad, yRad} = pRad;
          {xRadNeu, yRadNeu} = pRad;
          {pRolle, radiusRolle, rahmenfest, Laufrichtung} = Rolle;
          {xRolle, yRolle} = pRolle;
          If[Length[Lager] == 1,
           {pLager} = Lager;
           {xLager, yLager} = pLager;
           lSchwinge = Abstand[pRad, pLager];
           yRadNeu = yRad + deltay;
           xRadNeu = xLager - Sqrt[lSchwinge^2 - (yRadNeu - yLager)^2];
          ];
          If[Length[Lager] == 2,
           lSchwinge = Abstand[Lager[[1]], Lager[[2]]];
           yLager = Lager[[2, 2]] + deltay;
           xLager = Lager[[1, 1]] - Sqrt[lSchwinge^2 - (yLager - Lager[[1, 2]])^2];
           deltax = xLager - Lager[[2, 1]];
           yRadNeu = yRad + deltay;
           xRadNeu = xRad + deltax;
           Lager[[2]] = {xLager, yLager};
          ];
          If[Not[rahmenfest],
           If[Length[Lager] == 1,
            phiSchwinge = ArcTan[(yRad - yLager) / (xRad - xLager)];
            lHebel = Abstand[pRolle, pLager];
            If[xRolle == xLager, phiHebel = Sign[yRolle - yLager] * Pi / 2,
             phiHebel =
              ArcTan[(yRolle - yLager) / (xRolle - xLager)] + (Sign[xRolle - xLager] - 1) * Pi / 2
            ];
            phiNeuSchwinge = ArcTan[(yRadNeu - yLager) / (xRadNeu - xLager)];
            deltaphi = phiNeuSchwinge - phiSchwinge;
            phiHebel = phiHebel + deltaphi;
            xRolle = xLager + lHebel * Cos[phiHebel];
            yRolle = yLager + lHebel * Sin[phiHebel];
           ];
           If[Length[Lager] == 2,
             yRolle = yRolle + deltay;
             xRolle = xRolle + deltax;
            ];
          ];
          phi = phi - 360 * Degree * (xRadNeu - xRad) / (2 * Pi * radiusRad) / uGetriebe;
          {{{xRadNeu, yRadNeu}, radiusRad, radiusRitzel, uGetriebe, phi},
           Lager,
           {{xRolle, yRolle}, radiusRolle, rahmenfest, Laufrichtung},
           Kettenblatt}]
```

■ Berechnung der Kettenlinie

■ Funktion zur Berechnung der inneren Tangenten an zwei Kreisen

Kreis 1 gegeben durch Mittelpunkt und Radius {{xM1,yM1},r1} r1 > 0
Kreis 2 gegeben durch Mittelpunkt und Radius {{xM2,yM2},r2} yM2 != yM1
zurückgegeben werden die Berührungspunkte der beiden inneren Tangenten mit den Kreisen
{Tangente1,Tangente2}={{{x1,y1},{x2,y2}},{{x1,y1},{x2,y2}}}
Herleitung und Einschränkungen siehe Notebook Tangenten.nb

```
In[6]:= InnereTangenten[Kreis1_List, Kreis2_List] :=
          Module[{xM1, yM1, r1, xM2, yM2, r2},
           {{xM1, yM1}, r1} = Kreis1;
           {{xM2, yM2}, r2} = Kreis2;
           {{{(xM1^3 - 2*xM1^2*xM2 + r1^2*(-xM1 + xM2) + r1*r2*(-xM1 + xM2) +
                 xM1*(xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) - Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 -
                     r2^2 + xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)]) /
               (xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2), (xM2^2*yM1^2 + yM1^4 +
                 xM1^2*yM1*(yM1 - yM2) - r1^2*(yM1 - yM2)^2 - r1*r2*(yM1 - yM2)^2 -
                 xM2^2*yM1*yM2 - 3*yM1^3*yM2 + 3*yM1^2*yM2^2 - yM1*yM2^3 -
                 xM2*Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 - r2^2 +
                      xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)] +
                 xM1*(-2*xM2*yM1*(yM1 - yM2) + Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 -
                        r2^2 + xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)])) /
               ((xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)*(yM1 - yM2))},
             {(r1^2*r2*(xM1 - xM2) + r1*(r2^2*(xM1 - xM2) +
                    xM2*(xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)) +
                 r2*Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 - r2^2 + xM1^2 -
                      2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)]) /
               (r1*(xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)),
              (r1^2*r2*(yM1 - yM2)^2 + r1*(yM1 - yM2)*
                   (r2^2*(yM1 - yM2) + (xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)*yM2) +
                 r2*(-xM1 + xM2)*Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 - r2^2 +
                      xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)]) /
               (r1*(xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)*(yM1 - yM2))}},
            {{(xM1^3 - 2*xM1^2*xM2 + r1^2*(-xM1 + xM2) + r1*r2*(-xM1 + xM2) +
                 xM1*(xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) + Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 -
                     r2^2 + xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)]) /
               (xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2), (xM2^2*yM1^2 + yM1^4 +
                 xM1^2*yM1*(yM1 - yM2) - r1^2*(yM1 - yM2)^2 - r1*r2*(yM1 - yM2)^2 -
                 xM2^2*yM1*yM2 - 3*yM1^3*yM2 + 3*yM1^2*yM2^2 - yM1*yM2^3 +
                 xM2*Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 - r2^2 +
                      xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)] -
                 xM1*(2*xM2*yM1*(yM1 - yM2) + Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 -
                        r2^2 + xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)])) /
               ((xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)*(yM1 - yM2))},
             {(r1^2*r2*(xM1 - xM2) + r1*(r2^2*(xM1 - xM2) +
                    xM2*(xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)) -
                 r2*Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 - r2^2 + xM1^2 -
                      2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)]) /
               (r1*(xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)),
              (r1^2*r2*(yM1 - yM2)^2 + r1*(yM1 - yM2)*
                   (r2^2*(yM1 - yM2) + (xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)*yM2) +
                 r2*(xM1 - xM2)*Sqrt[r1^2*(yM1 - yM2)^2*(-r1^2 - 2*r1*r2 - r2^2 +
                      xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2*yM1*yM2 + yM2^2)]) /
               (r1*(xM1^2 - 2*xM1*xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)*(yM1 - yM2))}}}];
```

■ Funktion zur Berechnung der äußeren Tangenten an zwei Kreisen

Kreis 1 gegeben durch Mittelpunkt und Radius {{xM1,yM1},r1} r1 > 0
Kreis 2 gegeben durch Mittelpunkt und Radius {{xM2,yM2},r2} yM2 !=yM1
zurückgegeben werden die Berührungspunkte der beiden äußeren Tangenten mit den Kreisen
{Tangente1,Tangente2}={{{x1,y1},{x2,y2}},{{x1,y1},{x2,y2}}}
Herleitung und Einschränkungen siehe Notebook Tangenten.nb

```
In[7]:= ÄußereTangenten[Kreis1_List, Kreis2_List] :=
         Module[{xM1, yM1, r1, xM2, yM2, r2},
          {{xM1, yM1}, r1} = Kreis1;
          {{xM2, yM2}, r2} = Kreis2;
          {{{(xM1^3 + r1 * r2 * (xM1 - xM2) - 2 * xM1^2 * xM2 + r1^2 * (-xM1 + xM2) +
                xM1 * (xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) - Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 -
                    r2^2 + xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)]) /
              (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2), (xM2^2 * yM1^2 + yM1^4 +
                xM1^2 * yM1 * (yM1 - yM2) - r1^2 * (yM1 - yM2)^2 + r1 * r2 * (yM1 - yM2)^2 -
                xM2^2 * yM1 * yM2 - 3 * yM1^3 * yM2 + 3 * yM1^2 * yM2^2 - yM1 * yM2^3 -
                xM2 * Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 - r2^2 +
                     xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)] +
                xM1 * (-2 * xM2 * yM1 * (yM1 - yM2) + Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 *
                        r2 - r2^2 + xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)])) /
              ((xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) * (yM1 - yM2))},
            {(r1^2 * r2 * (-xM1 + xM2) + r1 * (r2^2 * (xM1 - xM2) +
                   xM2 * (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)) -
                r2 * Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 - r2^2 + xM1^2 -
                     2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)]) /
              (r1 * (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)),
             (-(r1^2 * r2 * (yM1 - yM2)^2) + r1 * (yM1 - yM2) *
                  (r2^2 * (yM1 - yM2) + (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) * yM2) +
                r2 * (xM1 - xM2) * Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 - r2^2 +
                     xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)]) /
              (r1 * (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) * (yM1 - yM2))}},
           {{(xM1^3 + r1 * r2 * (xM1 - xM2) - 2 * xM1^2 * xM2 + r1^2 * (-xM1 + xM2) +
                xM1 * (xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) + Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 -
                    r2^2 + xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)]) /
              (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2), (xM2^2 * yM1^2 + yM1^4 +
                xM1^2 * yM1 * (yM1 - yM2) - r1^2 * (yM1 - yM2)^2 + r1 * r2 * (yM1 - yM2)^2 -
                xM2^2 * yM1 * yM2 - 3 * yM1^3 * yM2 + 3 * yM1^2 * yM2^2 - yM1 * yM2^3 +
                xM2 * Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 - r2^2 +
                     xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)] -
                xM1 * (2 * xM2 * yM1 * (yM1 - yM2) + Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 *
                        r2 - r2^2 + xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)])) /
              ((xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) * (yM1 - yM2))},
            {(r1^2 * r2 * (-xM1 + xM2) + r1 * (r2^2 * (xM1 - xM2) +
                   xM2 * (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)) +
                r2 * Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 - r2^2 + xM1^2 -
                     2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)]) /
              (r1 * (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2)),
             (-(r1^2 * r2 * (yM1 - yM2)^2) + r1 * (yM1 - yM2) *
                  (r2^2 * (yM1 - yM2) + (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) * yM2) +
                r2 * (-xM1 + xM2) * Sqrt[r1^2 * (yM1 - yM2)^2 * (-r1^2 + 2 * r1 * r2 - r2^2 +
                     xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + yM1^2 - 2 * yM1 * yM2 + yM2^2)]) /
              (r1 * (xM1^2 - 2 * xM1 * xM2 + xM2^2 + (yM1 - yM2)^2) * (yM1 - yM2))}}}
         ]
```

■ Funktion zur Berechnung des Abstandes zweier Punkte

Punkt 1 gegeben durch die Koordinaten {x1,y1}
Punkt 2 gegeben durch die Koordinaten {x2,y2}
zurückgegeben wird der Abstand

```
In[8]:= Abstand[Punkt1_List, Punkt2_List] :=
          Module[{x1, y1, x2, y2},
           {x1, y1} = Punkt1;
           {x2, y2} = Punkt2;
           Sqrt[(x1 - x2)^2 + (y1 - y2)^2]];
```

■ Funktion zur Berechnung des Winkels zwischen zwei Punkten

Der Winkel wird bezogen auf einen Zentrumspunkt gegeben durch die Koordinaten[x0,y0}
Punkt 1 gegeben durch die Koordinaten {x1,y1}
Punkt 2 gegeben durch die Koordinaten {x2,y2}
Zurückgegebn wird der Winkel im Bogenmaß
Wertebereich 0....Pi

```
In[9]:= Winkel[Zentrum_List, Punkt1_List, Punkt2_List] :=
          Module[{x0, y0, x1, y1, x2, y2, m1, m2},
           {x0, y0} = Zentrum;
           {x1, y1} = Punkt1;
           {x2, y2} = Punkt2;
           ArcCos[((x1 - x0) * (x2 - x0) + (y1 - y0) * (y2 - y0)) /
             (Abstand[Punkt1, Zentrum] * Abstand[Punkt2, Zentrum]) ]
          ];
```

■ Funktion zur Berechnung der Länge eines Kreisbogens

Mittelpunkt gegeben durch die Koordinaten{x0,y0}
Punkt 1 gegeben durch die Koordinaten {x1,y1}
der Abstand Mittelpunkt Punkt 1 bestimmt den Kreisradius
Punkt 2 gegeben durch die Koordinaten {x2,y2}
der Winkel zwischen Punkt 1 und Punkt 2 bezogen auf den Mittelpunkt
bestimmt die Länge des Bogens
Zurückgegeben wird die Bogenlänge

```
In[10]:= Bogen[Zentrum_List, Punkt1_List, Punkt2_List] :=
          Module[{},
           Abstand[Zentrum, Punkt1]
             * Winkel[Zentrum, Punkt1, Punkt2] ];
```

■ Funktion zur Berechnung der Länge der Kettenlinie

Parameter ist die Geometrie={Rad,Lager,Rolle,Kettenblatt}.
Ausgewertet werden:
Rad={{xRad,yRad},radiusRad,radiusRitzel,phi}
Rolle={{xRolle,yRolle},radiusRolle,rahmenfest,Laufrichtung}
Kettenblatt={{xKettenblatt,yKettenblatt},radiusKettenblatt,radiusKurbel}
Zurückgegeben wird die Länge der Kettenlinie, die auf dem Ritzel am Hinterrad beginnt. Sie verläuft über die Umlenkrolle und endet auf dem Kettenblatt an dessem vorderstem Punkt. Der Wert von *phi* gibt die Winkelstellung des Rades bzw Ritzels an und bestimmt damit den Anfang der Kettenlinie auf dem Ritzel an dem durch die Verlängerung der durch den Winkel *phi* vorgegebenen Linie über den Radmittelpunkt hinaus bestimmten Punkt. In Abhängigkeit vom Drehsinn der Umlenkrolle wird die Linie des Zugtrums durch die inneren oder äußeren Tangenten an den jeweiligen Kreisen beschriebenen. Dabei wird ohne Prüfung vorausgesetzt, daß sich der Kettenverlauf auch wirklich realisieren lässt. Da aus den jeweils zwei möglichen Tangenten die für das Zugtrum relevante ausgewählt werden muß und dafür Vergleiche zwischen den Positionen von Rad, Umlenkrolle und Kettenblatt notwendig sind, können diese Größen im Weiteren nicht abstrakt sondern nur mit konkreten numerischen Werten behandelt werden, die jeweils vorher über **MakeGeometrie[]** zugewiesen werden müssen. Dies erfordert an einigen Stellen die Definition geeigneter Hilfsfunktionen um die Einflüsse dieser Größen zu analysieren.

In[11]:=
```
lKette[geometrie_List] :=
  Module[{Rad, xRad, yRad, mRad, radiusRitzel, uGetriebe, phi,
         Rolle, mRolle, xRolle, yRolle, radiusRolle, Laufrichtung,
         Kettenblatt, mKettenblatt,
    xKettenblatt, yKettenblatt, radiusKettenblatt,
         p0, p1, p2, p3, p4, p5, help},
   Rad = {geometrie[[1, 1]], geometrie[[1, 3]]};
   phi = geometrie[[1, 5]];
   {mRad, radiusRitzel} = Rad;
   {xRad, yRad} = mRad;
   Rolle = {geometrie[[3, 1]], geometrie[[3, 2]]};
   {mRolle, radiusRolle} = Rolle;
   {xRolle, yRolle} = mRolle;
   Laufrichtung = geometrie[[3, 4]];
   Kettenblatt = {geometrie[[4, 1]], geometrie[[4, 2]]};
   {mKettenblatt, radiusKettenblatt} = Kettenblatt;
   {xKettenblatt, yKettenblatt} = mKettenblatt;
   p0 = mRad - radiusRitzel * {Cos[phi], Sin[phi]};
   If[Laufrichtung < 0, help = InnereTangenten[Rad, Rolle],
                        help = ÄußereTangenten[Rad, Rolle] ];
   If[xRad == xRolle,
    If[(((yRad < yRolle) && (help[[1, 1, 1]] < help[[2, 1, 1]])) ||
        ((yRad > yRolle) && (help[[1, 1, 1]] > help[[2, 1, 1]]))),
     {p1, p2} = help[[1]], {p1, p2} = help[[2]] ] ,
    If[(((xRad < xRolle) && (help[[1, 1, 2]] > help[[2, 1, 2]])) ||
        ((xRad > xRolle) && (help[[1, 1, 2]] < help[[2, 1, 2]]))),
     {p1, p2} = help[[1]], {p1, p2} = help[[2]] ] ];
   If[Laufrichtung < 0, help = InnereTangenten[Rolle, Kettenblatt],
                        help = ÄußereTangenten[Rolle, Kettenblatt] ];
   If[xKettenblatt == xRolle,
    If[(((yKettenblatt > yRolle) && (help[[1, 2, 1]] < help[[2, 2, 1]] )) ||
        ((yKettenblatt < yRolle) && (help[[1, 2, 1]] > help[[2, 2, 1]] ))),
     {p3, p4} = help[[1]], {p3, p4} = help[[2]] ] ,
    If[(((xKettenblatt > xRolle) && (help[[1, 2, 2]] > help[[2, 2, 2]])) ||
        ((xKettenblatt < xRolle) && (help[[1, 2, 2]] < help[[2, 2, 2]]))),
     {p3, p4} = help[[1]], {p3, p4} = help[[2]] ] ];
   p5 = mKettenblatt + {radiusKettenblatt, 0};
   Plus @@ {Bogen[mRad, p0, p1], Abstand[p1, p2],
     Bogen[mRolle, p2, p3], Abstand[p3, p4], Bogen[mKettenblatt, p4, p5]}];
```

■ Funktionen zur Geometrieoptimierung

■ Funktion zur Berechnung des Pedalrückschlages

Berechnet die Veränderung der Pedalposition auf dem Kurbelkreis, die sich aus der Veränderung der Kettenlänge beim Einfedern ergibt. Ist nach dem Einfedern mehr Kette notwendig, muß diese vom Kettenblatt abgewickelt werden. Folglich dreht sich das Pedal zum Fahrer hin. Parameter sind die Geometrie und die Einfederung.

In[12]:=
```
deltaPedal[geometrie_List, deltay_Real] :=
 Module[{radiusKettenblatt, radiusKurbel},
  radiusKurbel = geometrie[[4, 3]];
  radiusKettenblatt = geometrie[[4, 2]];
  (lKette[geometrie] - lKette[GeometrieNeu[geometrie, deltay]]) *
   radiusKurbel / radiusKettenblatt ]
```

■ Funktionen zur Optimierung der Position der Umlenkrolle

Berechnet die x Koordinate der Umlenkrolle für Pedalrückschlag=0 bei gegebener Geometrie und Einfederung. Die Anfangsposition ist in der Geometrie vorgegeben.

```
In[13]:= xRolleOpt[geometrie_List, deltay_Real] :=
          Module[{Geometrie, xiRolle, xRolle, yRolle, radiusRolle, x}, Geometrie = geometrie;
           {{xRolle, yRolle}, radiusRolle} = Take[Geometrie[[3]], 2];
           ClearAll[xiRolle, x];
           Geometrie[[3, 1, 1]] = xiRolle;
           x /. FindRoot[deltaPedal[Geometrie /. xiRolle → x, deltay] == 0,
             {x, {xRolle - radiusRolle, xRolle + radiusRolle}}]]
```

Berechnet y Koordinate der Umlenkrolle für Pedalrückschlag=0 bei gegebener Geometrie und Einfederung. Die Anfangsposition ist in der Geometrie vorgegeben.

```
In[14]:= yRolleOpt[geometrie_List, deltay_Real] :=
          Module[{Geometrie, yiRolle, xRolle, yRolle, radiusRolle, y}, Geometrie = geometrie;
           {{xRolle, yRolle}, radiusRolle} = Take[Geometrie[[3]], 2];
           ClearAll[yiRolle, y];
           Geometrie[[3, 1, 2]] = yiRolle;
           y /. FindRoot[deltaPedal[Geometrie /. yiRolle → y, deltay] == 0,
             {y, {yRolle - radiusRolle, yRolle + radiusRolle}}]]
```

■ Funktionen zur Optimierung der Position des Schwingenlagers

Berechnet x Koordinate des Schwingenlagers für Pedalrückschlag=0 bei gegebener Geometrie und Einfederung. Die Anfangsposition ist in der Geometrie vorgegeben. Diese Funktion ist ebenso wie die nachfolgende nur bei Schwingen mit einem Gelenk anwendbar.

```
In[15]:= xLagerOpt[geometrie_List, deltay_Real] :=
          Module[{Geometrie, xiLager, xLager, x}, Geometrie = geometrie;
           xLager = Geometrie[[2, 1, 1]];
           ClearAll[xiLager, x];
           Geometrie[[2, 1, 1]] = xiLager;
           x /. FindRoot[
             deltaPedal[Geometrie /. xiLager → x, deltay] == 0, {x, {xLager - 10, xLager + 10}}]]
```

Berechnet y Koordinate des Schwingenlagers für Pedalrückschlag=0 bei gegebener Geometrie und Einfederung. Die Anfangsposition ist in der Geometrie vorgegeben.

```
In[16]:= yLagerOpt[geometrie_List, deltay_Real] :=
          Module[{Geometrie, yiLager, yLager, y}, Geometrie = geometrie;
           yLager = Geometrie[[2, 1, 2]];
           ClearAll[yiLager, y];
           Geometrie[[2, 1, 2]] = yiLager;
           y /. FindRoot[
             deltaPedal[Geometrie /. yiLager → y, deltay] == 0, {y, {yLager - 10, yLager + 10}}]]
```

■ Verwendung einer Schaltnabe

Die Verwendung einer Schaltnabe ist bei Liegerädern relativ beliebt, da sich einige konstruktive Probleme, die sich aus den kleinen Radgrößen ergeben, einfacher lösen lassen. Insbesondere entfällt dadurch die Notwendigkeit, Schaltwerke mit sehr hoher Schaltkapazität zu verwenden, die sonst auf Grund der großen Kettenblätter notwendig wären. Neben der Kombination aus Ketten−und Nabenschaltung z.B in der 3x8 von Sachs bzw. SRAM werden auch reine Nabenschaltungen immer häufiger verwendet. Alle Nabenschaltungen leiten ein je nach gewähltem Gang auch im Vorzeichen unterschiedliches Drehmoment in das Ausfallende und damit in die Schwinge ein. Daher soll eine kurze Drehmomentbilanz aufgestellt werden. Der oben berechnete Pedalrückschlag kann auch als Hebelgetriebe zwischen Pedal und Schwinge aufgefasst werden. Das heißt :

F_Schwinge * delta_y = F_Pedal * delta_Pedal

Bei positive Werte bewirkt diese Kraft ein Einfedern des Hinterrades, negative dementsprechend eine Entlastung des Feder/Dämpferelementes. Oder mit anderen Worten, bei positiven Werten ist dieses Drehmoment mit dem Drehmoment, das die Kettenzugkraft am Ritzel erzeugt, gleichgerichtet. Auch bei einer Schaltnabe gilt, das die Summe aller Drehmomente verschwinden muß. Für die Drehmomentblianz gilt damit unter der Voraussetzung, das eine Eingelenkschwinge vorliegt :

```
Simplify[Solve[{0 == FKette*RRitzel + FRad*RRad + FStütze*LStütze,
      0 == FRad*RRad + FKette*RRitzel/UGetriebe,
      0 == FStütze*LStütze + FSchwinge*lSchwinge,
      FKette*RKettenblatt == FPedal*lKurbel},
    FSchwinge, {FStütze, FRad, FKette}]]
```

Daraus ergibt sich für die Kraft am Ende der Schwinge, die aus dem durch die Nabe eingeleiteten Drehmoment resultiert:

$$\{\{\text{FSchwinge} \to \frac{\text{FPedal lKurbel RRitzel } (-1+\text{UGetriebe})}{\text{lSchwinge RKettenblatt UGetriebe}}\}\}$$

Positive Werte bedeuten, das diese Kraft ein Einfedern der Schwinge bewirkt. Die folgende Funktion berechnet den resultierenden Anteil der Pedalkraft, der am Schwingenende auftritt. Dieser beinhaltet sowohl den aus dem Pedalrückschlag folgenden Beitrag, als auch das Stützmoment der Schaltnabe. Letzterer ist bei einer reinen Kettenschaltung ebenso Null wie im Falle des direkten Ganges einer Schaltnabe.

```
In[17]:= Effekt[geometrie_List, deltay_Real] :=
          Module[{mRad, mLager, radiusRitzel, uGetriebe,
                  radiusKettenblatt, radiusKurbel,
                  lSchwinge},
           mRad = geometrie[[1, 1]];
           radiusRitzel = geometrie[[1, 3]];
           uGetriebe = geometrie[[1, 4]];
           mLager = geometrie[[2, 1]];
           radiusKurbel = geometrie[[4, 3]];
           radiusKettenblatt = geometrie[[4, 2]];
           lSchwinge = Abstand[mLager, mRad];
           ((radiusRitzel * (1 - 1 / uGetriebe) / lSchwinge)
              + (lKette[GeometrieNeu[geometrie, deltay - 0.05]] - lKette[GeometrieNeu[
                   geometrie, deltay + 0.05]]) / 0.1) * radiusKurbel / radiusKettenblatt];
```

Da die zum Pedalrückschlag durchgeführten Betrachtungen nur die Veränderung der geometrischen Verhältnisse berücksichtigen und kein Kräfte oder Drehmomente einbeziehen,wirkt sich hierbei die Schaltnabe nur in einer Veränderung der wirksamen Ritzelgröße aus. Durch das zusätzlich in das Ausfallende eingeleitete Drehmoment kann es jedoch im Gegensatz zur reinen Kettenschaltung auch für den Fall,daß kein Pedalrückschlag beim Einfedern auftritt,zu merklichen Einwirkungen des Antriebes auf die Federung kommen. Dieser Effekt wird bei den Nabenschaltungen zusätzlich betrachtet.

Generell unbeachtet geblieben sind hierbei Kräfte und daraus resultierende Drehmomente , die aus den Fahrwiderständen resultieren und ebenfalls einen Beitrag zu den auf die Schwinge wirkenden Momenten leiten. Diese Effekte, die das von der Schaltnabe resultierende Drehmoment teilweise oder ganz kompensieren können, werden im weiteren nicht diskutiert. Die Minimierung des Pedalrückschlages stellt auch für diesen Fall einen in der Entwurfsphase einfach gangbaren Weg dar, die Wechselwirkung zwischen Federung und Antrieb in einem für die Praxis ausreichendem Maße zu begrenzen.

■ Einige Beispiele gefederter Tieflieger

Aus den Geometriedaten einiger im Internet vorgestellter Tieflieger soll der jeweilige Pedalrückschlag berechnet werden um daran die Rückwirkung der Federung auf den Antrieb zu bestimmen. Aus dem Vergleich mit dem subjektiven Eindruck der jeweiligen Fahrer könnte daraus beurteilt werden, wo die Grenzen für den noch tolerierbaren Bereich liegen. Die benötigten Maße sind aus den jeweiligen Seitenansichten entnommen und an Hand bekannter Abmessungen, meistens des Radstandes skaliert, da die entsprechenden Werte leider nicht immer verfügbar waren. Alle im weiteren gemachten Aussagen sind vorbehaltlich der Unsicherheiten in der Abnahme der Maße zu verstehen. Für Kettenblatt und Ritzelgröße wurden eine 3fach Garnitur 52/42/30 und ein 11,12,14,16,18,21,24,28 Ritzelpacket für alle Räder angenommen.

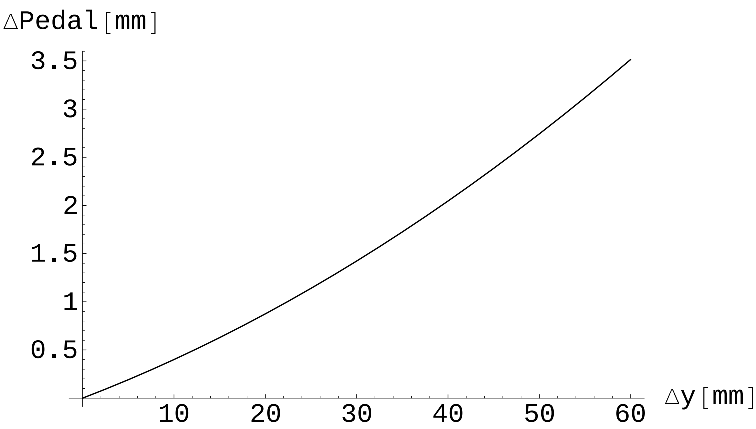
■ Noell SL5Fully

Als Grundlage diente das auf http://www.noell−fahrradbau.de/sl5fully.jpg gezeigte Bild, dem alle benötigten Maße entnommen wurden. Bei der Bereifung wird von 25x559 ausgegangen. Der Durchmesser der Umlenkrolle beträgt ungefähr 66 mm. Dies entspricht etwa 17 Zähnen. Sie dreht sich entgegen dem Drehsinn von Kettenblatt und Ritzel.

```
In[18]:= xRad = 0.0;
         radiusRad = 25.0 + 559.0 / 2;
         yRad = radiusRad;
         zRitzel = 16;
         uGetriebe = 1.0;
         xLager = 513.0;
         yLager = 238.0;
         xRolle = 590.0;
         yRolle  = 300.0;
         zRolle = 17;
         rahmenfest = True;
         Laufrichtung = -1;
         xKettenblatt = 1536.0;
         yKettenblatt = 590.0;
         zKettenblatt = 52;
         radiusKurbel = 175.0;
```

Mit diesen Werten lässt sich der Pedalrückschlag über den Federweg von 60 mm berechnen.

```
In[34]:= Geometrie = MakeGeometrie[];
         Plot[deltaPedal[Geometrie, deltay],
           {deltay, 0.0, 60.0},
           AxesLabel -> {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"}];
```

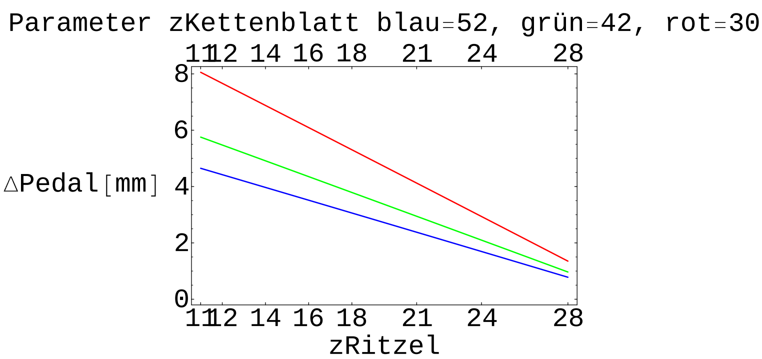


```
In[36]:= deltaPedal[Geometrie, 60.0]

Out[36]= 3.51528
```

Die Veränderung der Pedalposition beim Einfedern ist positiv und beträgt bei 60 mm Federweg 3.5 mm oder 6% des Federweges. Dies bedeutet andererseits, das 6% der Pedalkraft an der Radachse in Richtung Einfedern des Hinterrades bzw entsprechend dem Hebelverhältnis der Schwinge am hinteren Federelement wirksam werden. Wie sieht die Situation nun bei anderen Kettenblatt Ritzel Kombinationen aus.

```
In[37]:= ClearAll[ zRitzel, zKettenblatt, z1, z2];
         deltay = 60.0;
         Geometrie = MakeGeometrie[];
         zDreifachGarnitur = {30, 42, 52};
         color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
         Bild = Table[z2 = zDreifachGarnitur[[i]];
            Plot[
             deltaPedal[Geometrie /. {zRitzel → z1, zKettenblatt → z2}, deltay], {z1, 11, 28},
              PlotStyle → color[[i]],
              DisplayFunction → Identity],
            {i, 3}];
         Show[Bild,
           Frame → True,
           Axes → False,
           FrameLabel → {"zRitzel", "ΔPedal[mm]"},
           FrameTicks → {{11, 12, 14, 16, 18, 21, 24, 28}, Automatic},
           RotateLabel → False,
           PlotLabel → "Parameter zKettenblatt blau=52, grün=42, rot=30",
           DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Hier sieht man sehr deutlich, daß die Konstrukteure des Rades offensichtlich einen brauchbaren Kompromis gefunden haben. Zu kleineren Entfaltungen hin, also in den Berggängen wird der Pedalrückschlag, dessen Vorzeichen immer positiv bleibt, kleiner. Lediglich in den eigentlich nicht vernüftigen Kombinationen kleines Kettenblatt mit kleinem Ritzel ist mit einer stärkeren Einwirkung der Antriebskräfte auf die Federung zu rechnen. Allerdings ist auch bei der Kombination des großen Kettenblattes mit den kleinen Ritzeln, die bei einem für höhere Geschwindigkeiten aus-gelegtem Rad häufig genutzt werden, eine nicht vernachlässigbare Wechselwirkung zwischen Antrieb und Federung zu erwarten.

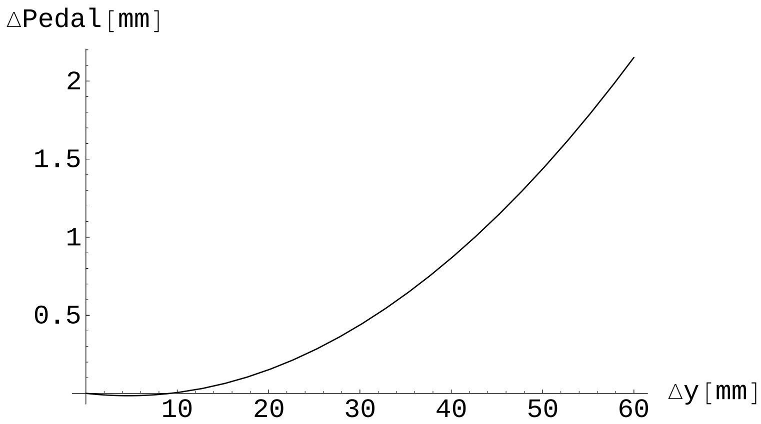
■ HPVelotechnik Speedmachine

Als Grundlage diente das auf ftp://ftp.hpvelotechnik.com/prospekte/speedmachine_prospekt_d.pdf (Achtung 300kByte PDF−Datei) gezeigte Bild, dem alle benötigten Maße entnommen wurden. Bei der Bereifung wird wieder von 25x559 ausgegangen. Der Durchmesser der Umlenkrolle beträgt ungefähr 55 mm. Dies entspricht etwa 14 Zähnen. Ihr Drehsinn ist entgegeng-esetzt zum Kettenblatt.

```
In[44]:= xRad = 0.0;
         radiusRad = 25.0 + 559.0 / 2;
         yRad = radiusRad;
         zRitzel = 16;
         uGetriebe = 1.0;
         xLager = 403.0;
         yLager = 281.0;
         xRolle = 530.0;
         yRolle = 329.0;
         zRolle = 14;
         rahmenfest = True;
         Laufrichtung = -1;
         xKettenblatt = 1455.0;
         yKettenblatt = 663.0;
         zKettenblatt = 52;
         radiusKurbel = 175.0;
```

Mit diesen Werten lässt sich der Pedalrückschlag über den angegebenen Federweg von 60mm berechnen.

```
In[60]:= Geometrie = MakeGeometrie[];
         Plot[deltaPedal[Geometrie, deltay],
           {deltay, 0.0, 60.0},
           AxesLabel -> {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"}];
```

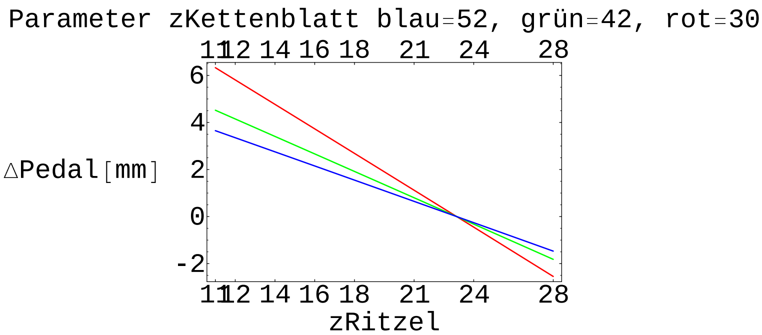



```
In[62]:= deltaPedal[Geometrie, 60.0]

Out[62]= 2.15121
```

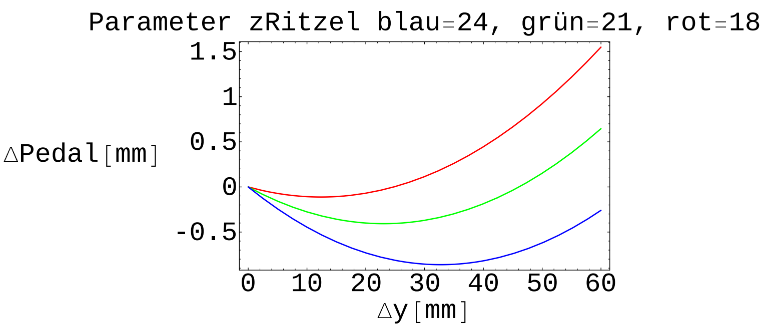
Über den Federweg ergibt sich nur eine relativ geringe Änderung der Pedalposition, so wie es die No−SquatKonstruktion des Herstellers verspricht. Mit etwas über 2mm ergibt sich nur eine geringe Einwirkung des Antriebs auf die Federung und umgekehrt. Weniger als 4% der Antriebskraft wirken auf die Schwinge ein. Wie es bei den anderen Kettenblättern und Ritzeln aussieht zeigt die nächste Grafik.

```
In[63]:= ClearAll[zRitzel, zKettenblatt, z1, z2];
         deltay = 60.0;
         Geometrie = MakeGeometrie[];
         zDreifachGarnitur = {30, 42, 52};
         color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
         Bild = Table[z2 = zDreifachGarnitur[[i]];
            Plot[
             deltaPedal[Geometrie /. {zRitzel → z1, zKettenblatt → z2}, deltay], {z1, 11, 28},
              PlotStyle → color[[i]],
              DisplayFunction → Identity],
            {i, 3}];
         Show[Bild,
           Frame → True,
           Axes → False,
           FrameLabel → {"zRitzel", "△Pedal[mm]"},
           FrameTicks → {{11, 12, 14, 16, 18, 21, 24, 28}, Automatic},
           RotateLabel → False,
           PlotLabel → "Parameter zKettenblatt blau=52, grün=42, rot=30",
           DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Das versprochene No−SquatVerhalten ist in nahezu allen Kettenblatt Ritzel Kombinationen realisiert. Dies gilt insbesondere auch für die kleinen Entfaltungen, die Berggänge, in denen meist mit höheren Pedalkräften gefahren wird. Nur bei den zwar möglichen aber eigentlich nicht benötigten Kombinationen von kleinem Kettenblatt mit kleinen Ritzeln treten größere Wechselwirkungen auf. Ob der bei den großen Entfaltungen vorhandene geringfügige Antriebseinfluß überhaupt noch bemerkbar ist, kann ich nicht beurteilen. Wie gut das System abgestimmt ist verdeutlicht noch einmal die nächste Grafik, die für die mittleren Ritzel und das große Kettenblatt, für die sicherlich am häufigsten genutzten Kombinationen, die geringen Änderungen der Pedalposition über den Federweg zeigt.

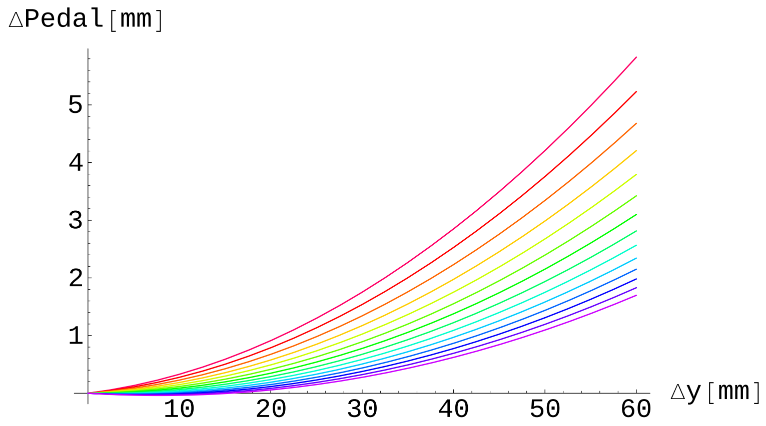
```
In[70]:= ClearAll[zRitzel, z1];
         zRitzelpaket = {18, 21, 24};
         zKettenblatt = 52;
         Geometrie = MakeGeometrie[];
         Bild = Table[z1 = zRitzelpaket[[i]];
            Plot[deltaPedal[Geometrie /. {zRitzel → z1}, deltay], {deltay, 0.0, 60.0},
              PlotStyle → color[[i]],
              DisplayFunction → Identity],
            {i, 3}];
         Show[Bild,
           Frame → True,
           Axes → False,
           FrameLabel → {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"},
           FrameTicks → {Automatic, Automatic},
           RotateLabel → False,
           PlotLabel → "Parameter zRitzel blau=24, grün=21, rot=18",
           DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



■ Speedmachine mit Rohloff Speedhub

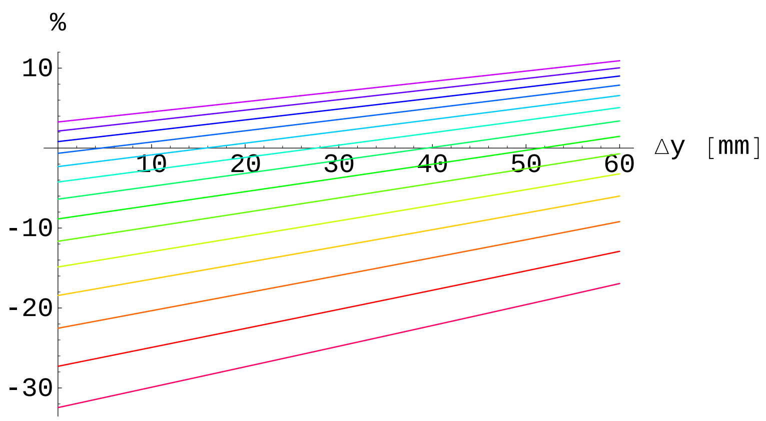
Wie sehen die Verhältnisse aus, wenn in dieses Rad eine Schaltnabe z.B die Speedhub von Rohloff eingebaut und mit eine festen Primärübersetzung 52/16 benutzt wird.. Das 16 Ritzel ist das Standardritzel der Rohloff Nabe.

```
In[76]:= zRitzel = 16;
         zKettenblatt = 52;
         ClearAll[uGetriebe];
         Geometrie = MakeGeometrie[];
         GetriebeNabe = {0.279, 0.316, 0.360, 0.409, 0.464,
            0.528, 0.600, 0.682, 0.774, 0.881, 1.000, 1.135, 1.292, 1.467};
         nGetriebeNabe = Length[GetriebeNabe];
         Bild = Table[
            Plot[deltaPedal[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay], {deltay,
              0.0, 60.0}, PlotStyle → Hue[(i - 2) / (nGetriebeNabe + 1)], PlotRange → All,
             DisplayFunction → Identity], {i, nGetriebeNabe}];
         Show[Bild, AxesLabel → {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"},
           RotateLabel → False, DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



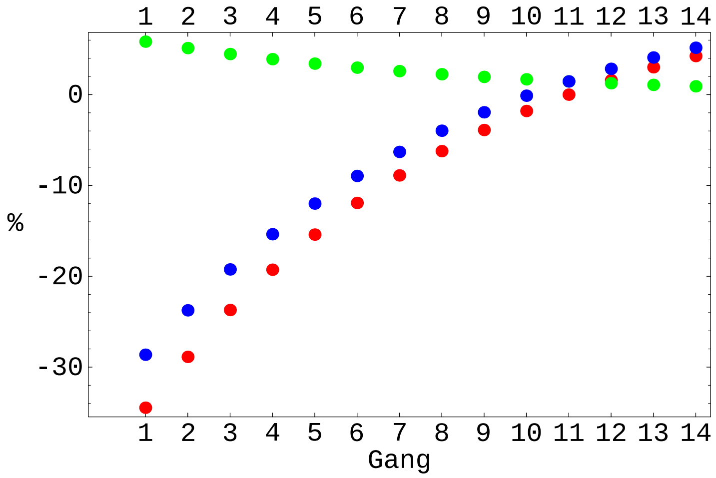
In dieser Darstellung entpricht die Farbe der Linien den einzelnen Gängen. Sie wurde von Rot für den den niedrigsten ersten Gang über Gelb, Grün, und Blau nach Violett für den 14. Gang mit der höchsten Entfaltung gewählt. Im Bereich von 25% des Federweges bleibt die resultierende Rückwirkung der Federung auf den Antrieb minimal, das No−Squat−Verhalten wird durch den Einbau der Schaltnabe nur unwesentlich beeinflußt. Nur in den unteren Gängen tritt ein Nachgeben des Pedals beim Einfedern auf. Um das zusätzlich von der Nabe eingeleitete Drehmoment zu berücksichtigen, wird der am Schwingeende wirksame prozentuale Anteil der Pedalkraft berechnet. Je nach Dimensionierung des Federelementes führt dieser Krafteintrag in die Schwinge zu einem mehr oder weniger starkem Ein−bzw Ausfedern und damit verbunden zu zusätzlichen Verlusten an Antriebsleistung. Es ergibt sich für den Einfluß des Antriebes auf die Federung das folgende Bild.

```
In[84]:= Bild = Table[Plot[100 * Effekt[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
             {deltay, 0.0, 60.0}, PlotStyle → Hue[(i - 2) / (nGetriebeNabe + 1)],
             DisplayFunction → Identity], {i, nGetriebeNabe}];
         Show[Bild, AxesLabel → {"Δy [mm]", "%"}, RotateLabel → False,
           DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Die Farbzuordnung zu dem jeweiligen Gang entspricht der vorhergehenden Darstellung. Je nach gewähltem Gang tritt eine mehr oder weniger starke Rückwirkung des Antriebes auf die Federung auf, die in den unteren Gängen zum Großteil aus dem durch die Schaltnabe in die Schwinge eingeleitetem Drehmoment resultiert. Dieses wirkt in Richtung Ausfedern des Hinterades. Die Kraftrichtung ändert sich bei den einzelnen Gängen bei unterschiedlichen Werten für die Einfederung. Dies soll im folgenden noch einmal verdeutlicht werden. Dazu werden die einzelnen Effekt getrennt für eine Einfederung von 25% des gesamten Federweges betrachtet.

```
In[86]:= lSchwinge = Abstand[{xRad, yRad}, {xLager, yLager}];
         deltay = 15.0;
         T = 100.0 * {Table[(radiusRitzel * (1 - 1 / GetriebeNabe[[i]]) / lSchwinge) *
                 radiusKurbel / radiusKettenblatt, {i, nGetriebeNabe}],
              Table[((lKette[GeometrieNeu[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]},
                       deltay - 0.05]] - lKette[GeometrieNeu[
                       Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay + 0.05]]) / 0.1) *
                 radiusKurbel / radiusKettenblatt, {i, nGetriebeNabe}],
              Table[Effekt[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
               {i, nGetriebeNabe}]};
         color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
         Bild = Table[ListPlot[T[[i]],
              PlotStyle → {color[[i]], PointSize[.02]}, DisplayFunction → Identity], {i, 3}];
         Show[Bild, Frame → True, Axes → False, FrameLabel → {"Gang", "%"},
           FrameTicks → {{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}, Automatic},
           RotateLabel → False, DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Die roten Punkte zeigen den Effekt des von der Nabe eingeleitete Drehmomentes, die grünen Punkte das aus dem Pedalrückschlag resultierende Drehmoment und die blauen Punkte den resultierenden Effekt. Deutlich wird hier nochmal der domienierende Anteil der Nabe, insbesondere in den unteren Gängen, in denen das Stützdrehmoment mehr als doppelt so groß ist wie das Eingangsdrehmoment der Nabe. Das gut dimensionierte No−SquatDesign wird auf diese Art und Weise wieder teilweise unwirksam, wobei aber, wie schon gesagt, zu beachten ist, daß alle aus den Fahrwiderständen resultierenden Einflüsse nicht berücksichtigt wurden. Die oben beschriebenen Effekte wirken in Richtung Ausfederung der Schwinge und sind damit der Einwirkung der Fahrwiderstände entgegengerichtet. Letzter bewirken ganz allgemein eine Erhöhung der Belastung des Hinterrades bei gleichzeitiger Entlastung des Vorrderrades, und folglich eine Einfederung der Hinterradschwinge. Beide Effekte können sich weitestgehend aufheben und ihre Differenz ist im praktischen Fahrbetrieb nur in extremen Situationen, z.B an sehr steilen Steigungen oder bei entsprechend kräftigen Antritten merkbar.

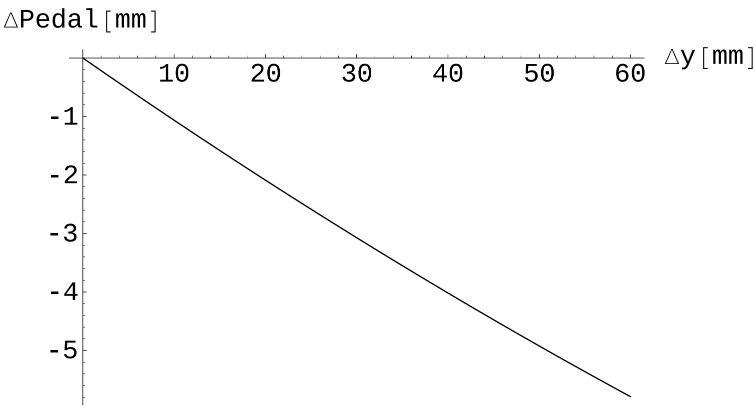
■ Speed−bike

Als Grundlage diente das auf http://www.mappel.de/Speedbike/otter3.jpg gezeigt Bild. Die benötigten Maße wurden mir dankenswerterweise von Martin Appel zur Verfügung gestellt. Bei der Bereifung wird vorne von 28x406 (Conti Grand−Prix) und hinten von 32x559 (Conti Avenue Semislick) ausgegangen. Der Durchmesser der Umlenkrolle beträgt ungefähr 90 mm. Dies entspricht etwa 22 Zähnen. Die Laufrichtung ist dem Drehsinn des Kettenblattes entgegengerichtet.

```
In[92]:= xRad = 0.0;
         radiusRad = 32.0 + 559.0 / 2;
         yRad = radiusRad;
         zRitzel = 16;
         uGetriebe = 1.0;
         xLager = 760.0;
         yLager = 230.0;
         xRolle = 690.0;
         yRolle = 215.0;
         zRolle = 22;
         rahmenfest = False;
         Laufrichtung = -1;
         xKettenblatt = 1555.0;
         yKettenblatt = 495.0;
         zKettenblatt = 52;
         radiusKurbel = 175.0;
         Geometrie = MakeGeometrie[];
```

Mit diesen Werten lässt sich der Pedalrückschlag über den Federweg von 60 mm berechnen. Da keine Angaben zu diesem Wert vorliegen, wird der besseren Vergleichbarkeit wegen der gleiche Wert wie bei den ersten beiden Rädern gewählt.

```
In[109]:= Plot[deltaPedal[Geometrie, deltay],
            {deltay, 0.0, 60.0},
            AxesLabel -> {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"}];
```

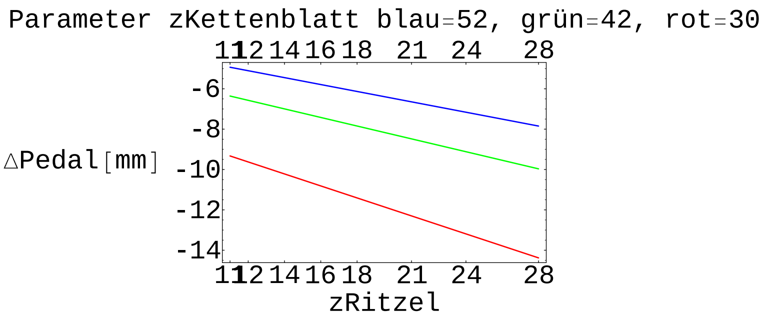



```
In[110]:= deltaPedal[Geometrie, 60.0]

Out[110]= -5.78935
```

Im Unterschied zum Noell SL5Fully und zur Speedmachine tritt bei diesem Rad beim Einfedern ein Pedalrückschlag auf, der fast 10% des Federweges beträgt. Ein Druck auf die Pedal führt hier zum Ausfedern des Rades mit einem Hebelverhältnis von etwa 1:10. Dies bedeutet, das 10% der Pedalkraft am Ausfallende nach unten gerichtet wirksam werden, das Federelement entsprechend dem Hebelverhältnisse der Schwinge entlasten und damit das Rad nebst Fahrer anheben. Auch hier ist wieder die Frage interessant, wie sich das in den anderen Gangkombinationen ändert.

```
In[111]:= ClearAll[zRitzel, zKettenblatt, z1, z2];
          deltay = 60.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          zDreifachGarnitur = {30, 42, 52};
          color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
          Bild = Table[z2 = zDreifachGarnitur[[i]];
             Plot[deltaPedal[
               Geometrie /. {zRitzel → z1, zKettenblatt → z2}, deltay], {z1, 11, 28},
               PlotStyle → color[[i]],
               DisplayFunction → Identity],
             {i, 3}];
          Show[Bild,
            Frame → True,
            Axes → False,
            FrameLabel → {"zRitzel", "△Pedal[mm]"},
            FrameTicks → {{11, 12, 14, 16, 18, 21, 24, 28}, Automatic},
            RotateLabel → False,
            PlotLabel → "Parameter zKettenblatt blau=52, grün=42, rot=30",
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Wie man sieht werden die Verhältnisse mit kleiner werdender Entfaltung immer ungünstiger. Die Änderung der Pedalposition erreicht in den kleinen Gängen fast 25% des Federweges. Lediglich bei den großen Übersetzungen sind die Verhätnisse günstiger. Eine Ursache für das nicht optimale Verhalten dürfte die Führung der Kettenlinie unterhalb des Schwingenlagers sein.

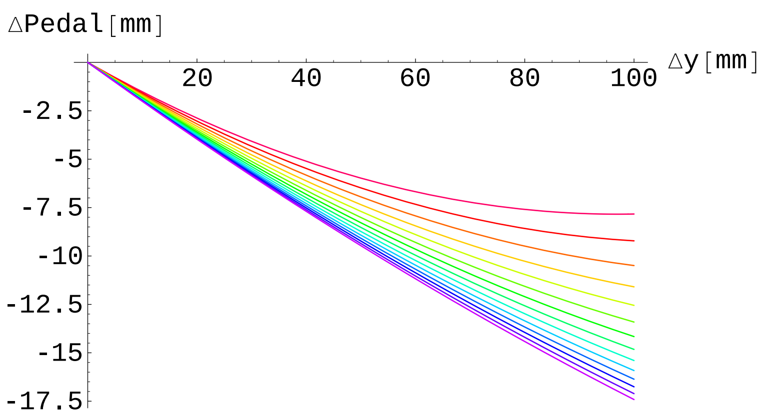
■ Tiefliegerentwurf von Joachim Murken

Bei dem folgenden Rad handelt es sich um einen Entwurf eines alltagstauglichen Tieflieger der von Joachim Murken als Prototyp gebaut wurde. Die Frage ist, ob sich durch eine einfache Veränderung des Befestigungspunktes für die Umlenkrolle die gegenwärtig beobachtete Wechselwirkung zwischen Antrieb und Federung verringern lässt. Eine Besonderheit dieses Rades ist die verwendete Rohloff Nabe, die in allen außer dem direkten 11. Gang ein zusätzliches Drehmoment in die Schwinge einleitet. Die Rechnung wird zuerst ohne die Berücksichtigung diese Drehmomentes ausgeführt, da es die Größe des Pedalrückschlages beim Einfedern nicht beeinflußt.

```
In[118]:= xRad = 0.0;
          radiusRad = 250;
          yRad = radiusRad;
          zRitzel = 13;
          ClearAll[uGetriebe];
          xLager = 513.0;
          yLager = 205.0;
          xRolle = 513.0 - 65.0;
          yRolle = 137.0 + 75.0 / 2;
          zRolle = 2 * Pi * 75.0 / 25.4;
          rahmenfest = False;
          Laufrichtung = -1;
          xKettenblatt = 513.0 + Sqrt[1025^2 - (470.0 - 205.0)^2];
          yKettenblatt = 470.0;
          zKettenblatt = 52;
          radiusKurbel = 175.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
```

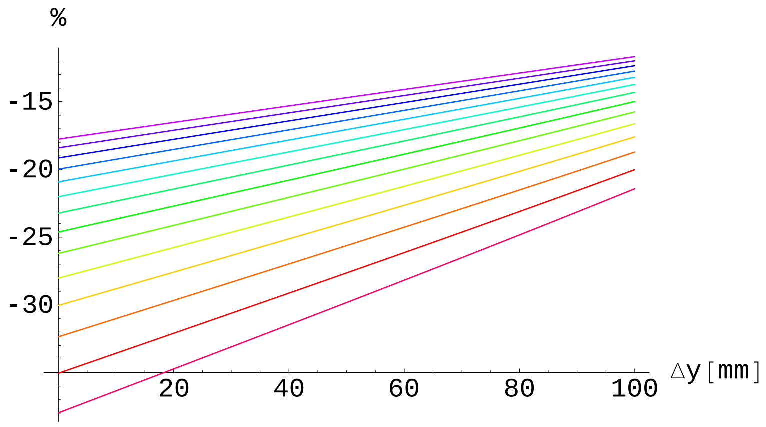
Mit diesen Werten lässt sich der Pedalrückschlag über den angegebenen Federweg von 100mm für alle 14 Gänge der Speedhub berechnen.

```
In[135]:= Geometrie = MakeGeometrie[];
          GetriebeNabe = {0.279, 0.316, 0.360, 0.409, 0.464,
             0.528, 0.600, 0.682, 0.774, 0.881, 1.000, 1.135, 1.292, 1.467};
          nGetriebeNabe = Length[GetriebeNabe];
          Bild = Table[
             Plot[deltaPedal[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
              {deltay, 0.0, 100.0},
              PlotStyle → Hue[(i - 2) / (nGetriebeNabe + 1)],
              DisplayFunction → Identity],
             {i, nGetriebeNabe}];
          Show[Bild,
            AxesLabel → {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



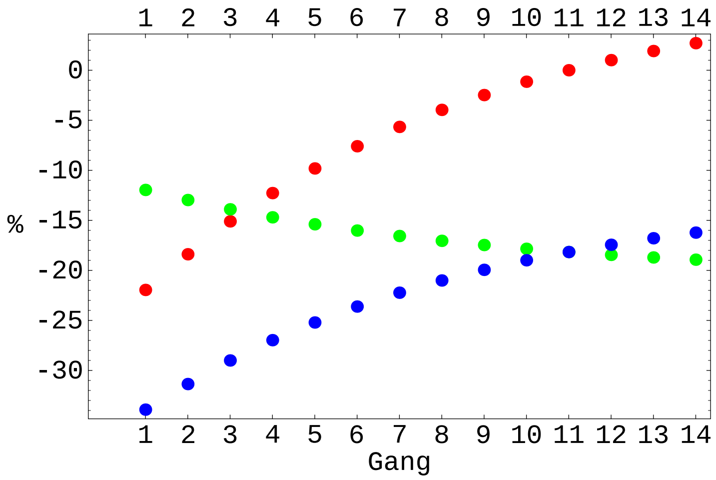
In dieser Darstellung entpricht die Farbe der Linien den einzelnen Gängen. Sie wurde von Rot für den den niedrigsten ersten Gang über Gelb, Grün und Blau nach Violett für den 14. Gang mit der höchsten Entfaltung gewählt. In allen Gängen tritt ein merklicher Pedalrückschlag auf, der in den hohen Gängen über 17% des Federweges ausmacht. Berücksichtigt man das zusätzlich von der Nabe eingeleitete Drehmoment so ergibt sich für den Einfluß des Antriebes auf die Federung das folgende Bild.

```
In[140]:= Bild = Table[
              Plot[100 * Effekt[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
               {deltay, 0.0, 100.0},
               PlotStyle → Hue[(i - 2) / (nGetriebeNabe + 1)],
               DisplayFunction → Identity],
              {i, nGetriebeNabe}];
          Show[Bild,
            AxesLabel → {"Δy[mm]", "%"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Die Farbzuordnung zu dem jeweiligen Gang entspricht der vorhergehenden Darstellung. Je nach gewähltem Gang tritt eine mehr oder weniger starke Rückwirkung des Antriebes auf die Federung auf, die zum Großteil aus dem durch die Schaltnabe in die Schwinge eingeleitetem Drehmoment resultiert. Dies soll im folgenden noch einmal verdeutlicht werden. Dazu werden die einzelnen Effekt getrennt für eine Einfederung von 25% des gesamten Federweges betrachtet.

```
In[142]:= lSchwinge = Abstand[{xRad, yRad}, {xLager, yLager}];
          deltay = 25.0;
          T = 100.0 * {Table[(radiusRitzel * (1 - 1 / GetriebeNabe[[i]]) / lSchwinge) *
                 radiusKurbel / radiusKettenblatt, {i, nGetriebeNabe}],
               Table[((lKette[GeometrieNeu[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]},
                         deltay - 0.05]] - lKette[GeometrieNeu[
                         Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay + 0.05]]) / 0.1) *
                 radiusKurbel / radiusKettenblatt, {i, nGetriebeNabe}],
               Table[Effekt[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
                {i, nGetriebeNabe}]};
          color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
          Bild = Table[ListPlot[T[[i]],
                PlotStyle → {color[[i]], PointSize[.02]},
                 DisplayFunction → Identity],
              {i, 3}];
          Show[Bild,
            Frame → True,
            Axes → False,
            FrameLabel → {"Gang", "%"},
            FrameTicks → {{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}, Automatic},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Die roten Punkte zeigen den Effekt des von der Nabe eingeleiteten Drehmomentes, die grünen Punkte das aus dem Pedalrückschlag resultierende Drehmoment und die blauen Punkte den resultierenden Effekt. Deutlich wird hier der dominierende Anteil der Nabe insbesondere in den unteren Gängen, in denen das Stützdrehmoment mehr als doppelt so groß ist wie das Eingangsdrehmoment der Nabe. Ein Ausweg wäre ewentuell eine wesentlich längere Schwinge. Diese würde zum einen dazu führen, daß das Schwingenlager vor beziehungsweise unter den ziehenden Kettenstrang käme und damit der Pedalrückschlag verkleinert würde, zum anderen verringert der längere Schwingenhebel die am Ausfallende wirksame Kraft, die aus dem Stützmoment der Nabe resultiert.

■ Optimierung eines Tiefliegerentwurfes

Als nächstes werden die obigen Funktionen zur Optimierung eines Entwurfes für einen Semitieflieger verwendet. Da bei solchen Rädern die Kette zum einen unterhalb der Sitzbefestigung und zum anderen aber oberhalb des Schwingenlagers verlaufen muß, ergibt sich, daß bei einem großen Hinterrad das Schwingenlager deutlich niedriger als die Achse des Hinterades angeordnet werden muß. Bei rahmenfest montierter großer Umlenkrolle folgt daraus eine kurze Schwinge mit sehr ungünstiger Radausweichrichtung. Deswegen wird eine an der Schwinge befestigte Umlenkrolle benutzt., da für eine solche das Schwingenlager höher angeordnet sein kann und durch die sehr lange Schwinge die Radausweichrichtung nicht zu stark in Fahrtrichtung zeigt. Für geringe Verluste in der Umlenkrolle sollte an dieser Stelle ein Ritzel mit möglichst großem Durchmesser verwendet werden. Die Drehrichtung ist, wie bei allen anderen Tiefliegern auch, der Drehrichtung des Kettenblattes entgegengerichtet.

■ 28 Zoll Rad −Umlenkrolle an der Schwinge

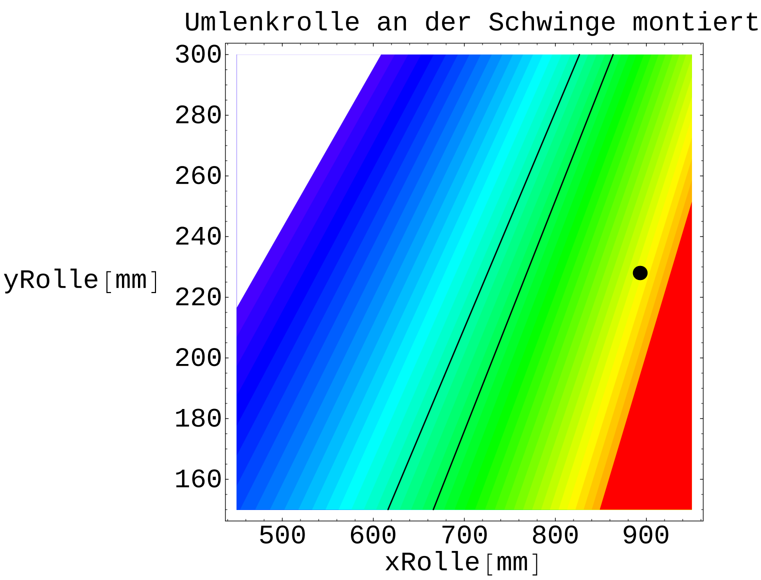
Als Ergebnis einer Reihe von Voruntersuchungen entstand ein Rahmenentwurf, für den die genaue Lage der Umlenkrolle zu berechnen ist. Alle Werte sind aus einer CAD−Zeichnung direkt übernommen und auf 1 mm gerundet. Die Größen von Ritzel, Kettenblatt und Umlenkrolle sind durch ihre Zähnezahlen gegeben.

```
In[148]:= xRad = 0.0;
          radiusRad = 343;
          yRad = radiusRad;
          zRitzel = 18;
          uGetriebe = 1.0;
          xLager = 893.0;
          yLager = 228.0;
          ClearAll[xRolle, yRolle ];
          zRolle = 32;
          rahmenfest = False;
          Laufrichtung = -1;
          xKettenblatt = 1540.0;
          yKettenblatt = 575.0;
          zKettenblatt = 52;
          radiusKurbel = 170.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
```

■ Position der Umlenkrolle für minimalen Pedalrückschlag

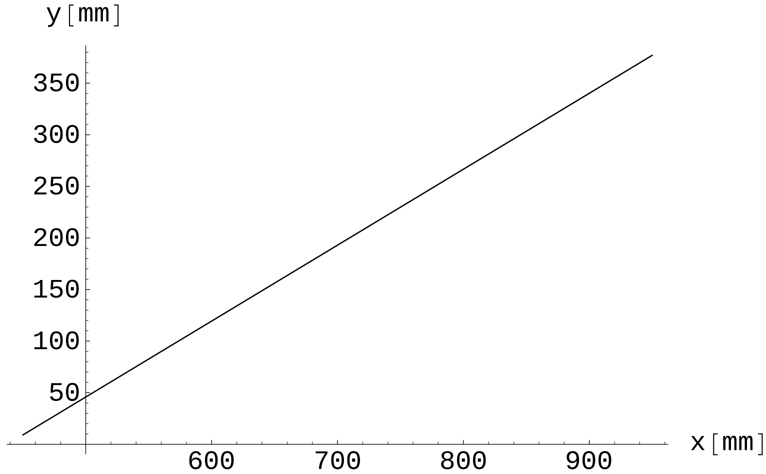
Es wird der Größe des Pedalrückschlages für verschiedene Positionen der Umlenkrolle an der Schwinge berechnet. Es wird von einem positiv Federweg von 75 mm und einem negativ Federweg von 25 mm ausgegangen. Für optimale Verhältnisse sollte der Pedalrückschlag bei 50 mm Einfederung Null sein. Es wird die Änderung der Pedalposition als Funktion der x und y Koordinaten der Umlenkrolle berechnet und in einer farbig codierten Konzurdarstellung wiedergegeben.

```
In[164]:= xStart = 450;
          xEnd = 950;
          yStart = 150;
          yEnd = 300;
          deltay = 50.0;
          levels = Range[-10, 10, 0.5];
          helpFunction[x_Real, y_Real] := Module[{},
             xRolle = x;
             yRolle = y;
             deltaPedal[MakeGeometrie[], deltay]
            ];
          b1 = ContourPlot[helpFunction[x, y],
             {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd}, PlotPoints → 100,
             Contours → levels,
             ContourShading → True,
             ContourLines → False,
             ColorFunction -> (If[# == 1.0, GrayLevel[1.0], Hue[0.8 * #]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          b2 = ContourPlot[helpFunction[x, y], {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd},
             PlotPoints → 100,
             Contours → {-1.0, 1.0},
             ContourShading → False,
             ContourLines → True,
             ColorFunction -> (If[Or[# == 1.0, # == 0.0], GrayLevel[1.0], GrayLevel[0.0]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          Show[b1, b2,
            Graphics[{PointSize[0.03], RGBColor[0, 0, 0], Point[{xLager, yLager}]} ],
            PlotLabel → " Umlenkrolle an der Schwinge montiert",
            FrameLabel → {"xRolle[mm]", "yRolle[mm]"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Im weißen Bereich ist die Änderungder Pedalposition positiv und ihr Betrag größer als 10 mm im roten Bereich negativ und der Betrag ebenfalls größer als 10 mm. Im Bereich zwischen den beiden schwarzen Linien ist der Betrag kleiner 1 mm. Der schwarze Punkt markriet die Lage des Schwingenlagers. Die optimale Position liegt in guter Näherung auf einer Geraden, die zwischen dem Rad und dem Schwingenlager verläuft.

```
In[174]:= xStart = 450.0;
          xEnd = 950.0;
          deltay = 50.0;
          yRolle = 50.0;
          ClearAll[x, xRolle];
          helpFunction[x_Real] := Module[{},
             xRolle = x;
             yRolle = yRolleOpt[MakeGeometrie[], deltay]
            ];
          Plot[helpFunction[x], {x, xStart, xEnd},
            AxesLabel -> {"x[mm]", "y[mm]"}];
```



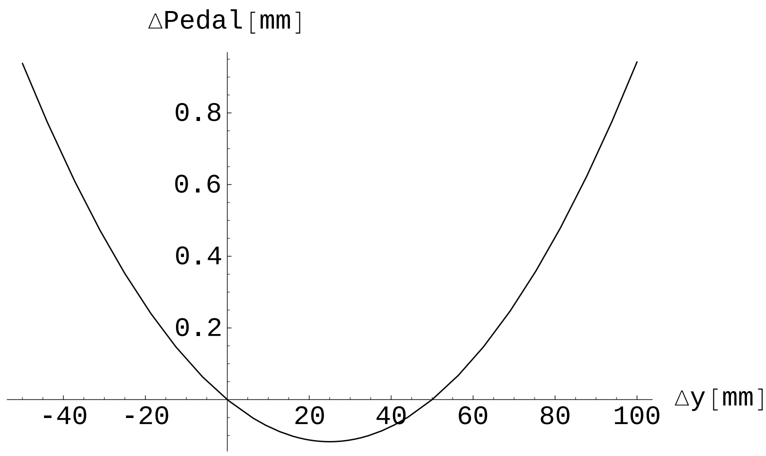
Diese Linie ist in die CAD−Zeichnung eingezeichnet. Für die Umlenkrolle wurde eine Position am oberen Ende des Bereiches durch die anderen rahmenbauteile vorgegebenen Bereiches gewählt. Aus der x Koordinate lässt sich sofort der Wert der zugehörigen y Koordinate berechnen.

```
In[181]:= xRolle = 760.0;
          yRolle = 238.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          yRolle = yRolleOpt[Geometrie, deltay];
          {xRolle, yRolle}

Out[185]= {760., 237.165}
```

Mit diesen Werten erfolgt als nächstes eine Nachpüfung der Änderung der Pedalposition über den gesamten Federweg. Dabei werden an beiden Enden des Federweges nochmals jeweils 25 mm zugegeben, um sicherzugehen, daß das auch bei extremen Stellungen der Schwinge noch keine deutlich größeren Änderungen der Pedalposition zu erwarten sind.

```
In[186]:= Geometrie = MakeGeometrie[];
          Plot[deltaPedal[Geometrie, deltay],
            {deltay, -50.0, 100.0},
            AxesLabel -> {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"}];
```

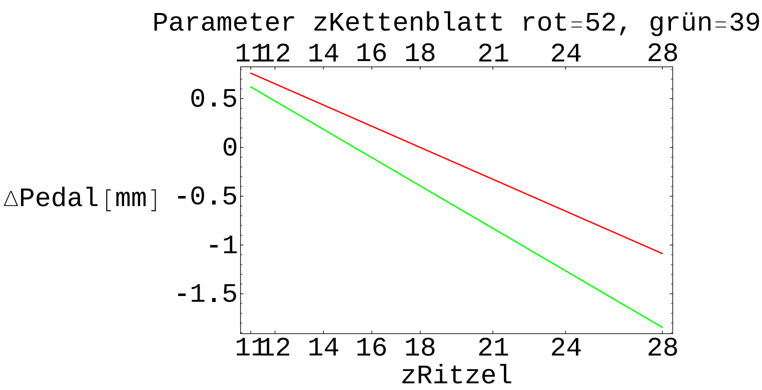


Es liegen über den gesamten Federweg stabile Bedingungen vor und der Pedalrückschlag bleibt unter 0.5mm.

■ Pedalrückschlages bei anderen Ritzel−bzw Kettenblattgrößen

Um abzuschätzen, wie das Verhalten bei anderen Entfaltungen ist, wird der resultierende Pedalrückschlag noch mal für alle möglichen Kettenblatt Ritzel Kombinationen einer üblichen 16 Gang Schaltung (2 x 8) berechnet.

```
In[188]:= ClearAll[ zRitzel, zKettenblatt, z1, z2];
          deltay = 50.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          zDreifachGarnitur = {52, 39};
          color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
          Bild = Table[z2 = zDreifachGarnitur[[i]];
             Plot[deltaPedal[
               Geometrie /. {zRitzel → z1, zKettenblatt → z2}, deltay], {z1, 11, 28},
               PlotStyle → color[[i]],
               DisplayFunction → Identity],
             {i, 2}];
          Show[Bild,
            Frame → True,
            Axes → False,
            FrameLabel → {"zRitzel", "ΔPedal[mm]"},
            FrameTicks → {{11, 12, 14, 16, 18, 21, 24, 28}, Automatic},
            RotateLabel → False,
            PlotLabel → "Parameter zKettenblatt rot=52, grün=39",
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Die obere rote Kurve in diesem Diagramm entspricht dem 52iger und die untere grüne dem 39iger Kettenblatt. Es zeigt sich, wie erwartet, daß bei anderen Kombinationen von Kettenblatt und Ritzel wieder ein merklicher Pedalrückschlag auftreten kann. Eine Optimierung der Geometrie ist nur in einem nicht zu breiten Entfaltungsbereich möglich. Je nach vorwiegendem Einsatzzweck muß die Dimensionierung für die am häufigsten genutzte Kettenblatt Ritzel Kombination vorgenommen werden.

■ 20 Zoll Rad −Umlenkrolle an der Schwinge

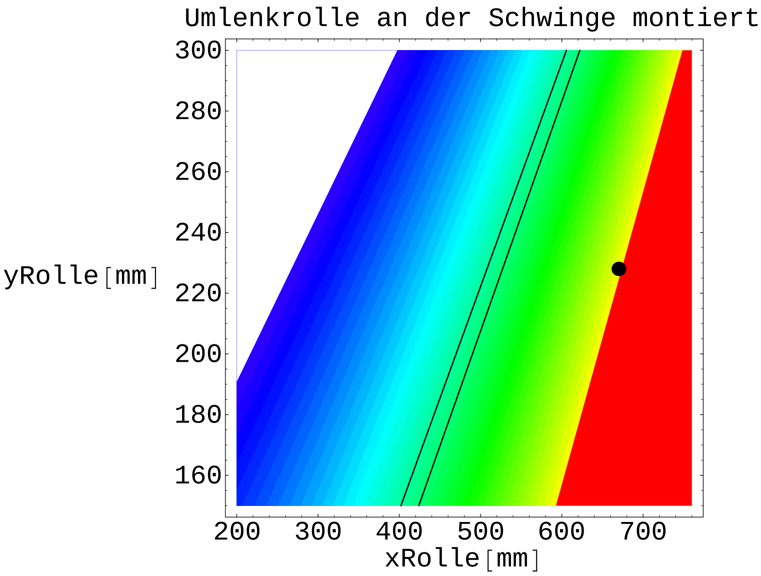
Durch Verwendung eines kleineren 20 Zoll Rades kann der Radstand merklich verkürzt werden. Gleichzeitig wird die das Verhalten der Federung bestimmende Geometrie günstiger, da jetzt der Radmittelpunkt nicht mehr soweit oberhalb des Schwingendrehpunktes liegt. Die Vorteile des kleineren Antriebsrades werden aber durch die Notwendigkeit eines entsprechend größeren Kettenblattes erkauft Es soll jetzt die Frage untersucht werden, ob in den gleichen Rahmen ein 20 Zoll Hinterad in einer deutlich kürzeren Schwinge eingesetzt werden kann. Die Maße sind aus der CAD−Zeichnung direkt übernommen und wenn notwendig auf 1mm gerundet. Die Größen von Ritzel, Kettenblatt und Umlenkrolle sind auch hier wieder durch ihre Zähnezahlen gegeben. Gesucht wird die optimale Position der Umlenkrolle an der Schwinge um an Hand dessen die sich ergebende neue Kettenlinie auf mögliche Kollisionen mit anderen Bauteilen zu überprüfen..

In[195]:=
```
xRad = 0.0;
radiusRad = 235;
yRad = radiusRad;
zRitzel = 18;
uGetriebe = 1.0;
xLager = 670.0;
yLager = 228.0;
ClearAll[xRolle, yRolle];
zRolle = 32;
rahmenfest = False;
Laufrichtung = -1;
xKettenblatt = 1347.0;
yKettenblatt = 575.0;
zKettenblatt = 62;
radiusKurbel = 170.0;
Geometrie = MakeGeometrie[];
```

■ Position der Umlenkrolle für minimalen Pedalrückschlag

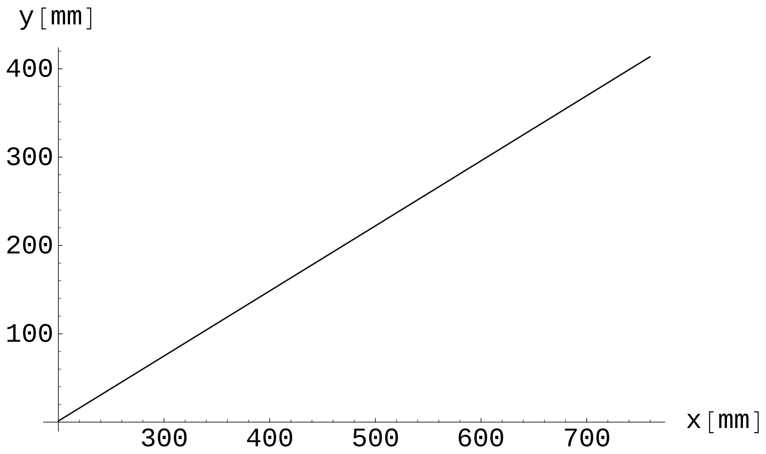
Es wird der Größe des Pedalrückschlages für verschiedene Positionen der Umlenkrolle berechnet.
Die Vorgehensweise ist analog zum 28 Zoll Hinterrad. Es wird wieder von einem positiv Federweg von 75 mm und einem negativ Federweg von 25 mm ausgegangen. Für optimale Verhältnisse sollte der Pedalrückschlag bei 50 mm Einfederung Null sein.

```
In[211]:= ClearAll[xRolle, yRolle];
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          xStart = 200;
          xEnd = 760;
          yStart = 150;
          yEnd = 300;
          deltay = 50.0;
          levels = Range[-10, 10, 0.5];
          helpFunction[x_Real, y_Real] := Module[{},
             xRolle = x;
             yRolle = y;
             deltaPedal[MakeGeometrie[], deltay]
            ];
          b1 = ContourPlot[helpFunction[x, y],
             {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd}, PlotPoints → 100,
             Contours → levels,
             ContourShading → True,
             ContourLines → False,
             ColorFunction -> (If[# == 1.0, GrayLevel[1.0], Hue[0.8 * #]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          b2 = ContourPlot[helpFunction[x, y], {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd},
             PlotPoints → 100,
             Contours → {-1.0, 1. 0},
             ContourShading → False,
             ContourLines → True,
             ColorFunction -> (If[Or[# == 1.0, # == 0.0], GrayLevel[1.0], GrayLevel[0.0]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          Show[b1, b2,
            Graphics[{PointSize[0.03], RGBColor[0, 0, 0], Point[{xLager, yLager}]} ],
            PlotLabel → " Umlenkrolle an der Schwinge montiert",
            FrameLabel → {"xRolle[mm]", "yRolle[mm]"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Wie oben ist im weißen Bereich die Änderungder Pedalposition positiv und ihr Betrag größer als 10 mm im roten Bereich negativ und der Betrag ebenfalls größer als 10 mm. Im Bereich zwischen den beiden schwarzen Linien ist der Betrag kleiner 1 mm Der Abstand der beiden Grenzen ist deutlich geringer als im vorhergehend betrachtet Fall mit einem großen 28 Zoll Hinterrad. Auch hier ist wiederum die Lage des Schwingenlagers markiert. Die optimale Position liegt in guter Näherung wieder auf einer Geraden.

```
In[223]:= xStart = 200;
          xEnd = 760;
          deltay = 50.0;
          yRolle = 50.0;
          helpFunction[x_Real] := Module[{},
             xRolle = x;
             yRolle = yRolleOpt[MakeGeometrie[], deltay]
            ];
          Plot[helpFunction[x], {x, xStart, xEnd},
            AxesLabel -> {"x[mm]", "y[mm]"}];
```



Diese Linie ist in die CAD−Zeichnung eingezeichnet. Hier kann die Umlenkrolle auf dem Schnittpunkt dieser Linie mit der Mittellinie der Schwinge angeordnet werden.

```
In[229]:= xRolle = 510.5;
          yRolle = 230.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          yRolle = yRolleOpt[Geometrie, deltay];
          {xRolle, yRolle}

Out[233]= {510.5, 229.918}
```

Es zeigt sich, das die resultierende Kettenlinie für alle möglichen Positionen der Umlenkrolle mit Teilen der Sitzbefestigung kollidiert. Auch für andere Größen der Umlenkrolle zwischen 22 und 42 Zähnen ergibt sich erwartungsgemäß keine wesentlich andere Kettenlinie. Auch wenn die ursprüngliche Länge der Schwinge beibehalten wird, ändert sich der Verlauf des Zugtrums nur unwesentlich. .Erst durch eine andere Wahl für die Position des Schwingenlagers oder durch eine andere Art der Sitzbefestigung die für die Kettenlinie mehr Freiraum lässt ließe sich dieses Problem beseitigen. Damit ist der beabsichtigte einfache Austausch von Schwinge und Hinterrad ohne Veränderungen am Rahmen nicht möglich. Es lässt sich aber ohne weiteres ein Hauptrahmen entwerfen, der sowohl mit kleinem als auch mit großem Hinterrad nebst dazu passender Schwinge kombiniert werden könnte.

■ Gefederter Vorderradantrieb

Eine sehr kompakte Antiebseinheit lässt sich durch einen Vorderradantieb realisieren, da der Abstand zwischen Kettenblatt und angetriebenem Rad mit dem eines Diamantrahmen vergleichbar wird. Als zusätzliches Problem tritt jetzt aber die Entkopplung der Lenkung von den Antriebskräften auf. Dieses wird im folgenden als gelöst angesehen, alle Betrachtungen beziehen sich auf einen Lenkeinschlag von Null.

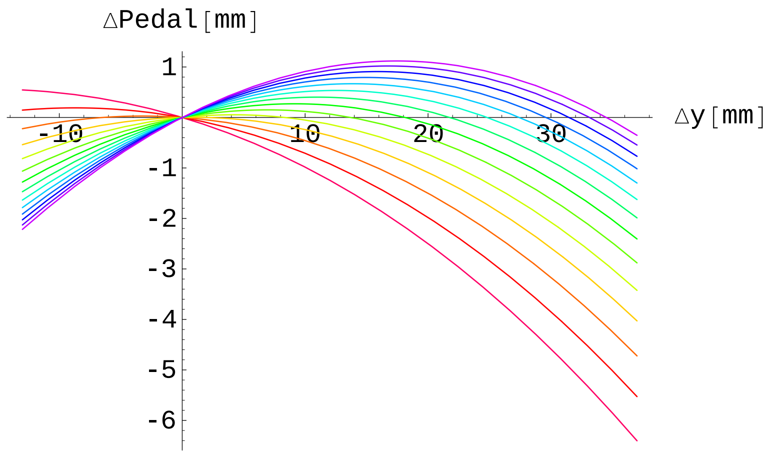
■ geschleppte Gabel

Von Ingo Kollibay sind in der InfoBull 97/2001 und 98/2001 einige Möglichkeiten zur Realisierung eines gefederten Vorderradantriebes vorgeschlagen worden. Die dortigen Varianten mit geschleppter Gabel, deren Lenkgeometrie auf Untersuchungen von Stefan Gloger zurückgeht, .können wie eine Hinterradfederung mit dem obigen Formeln behandelt werden. Ein Geometrieentwurf für eine solche Federung, der Abbildung 15 aus dem Artikel von Ingo Kollibay entsprechen dürfte, wurde mir von Reinhold Braun mit der Bitte zur Verfügung gestellt, die Geometrie bezüglich Pedalrückschlag und Wechselwirkung zwischen Antrieb und Federung zu modellieren. Im Weiteren soll daher dieser Entwurf betrachtet werden., ausgestattet mit einer Rohloff Nabe, die in allen außer dem direkten 11. Gang ein zusätzliches Drehmoment in die Schwinge einleitet. Die Rechnung wird erst einmal ohne die Berücksichtigung diese Drehmomentes ausgeführt, da es die Größe des Pedalrückschlages beim Einfedern nicht beeinflußt.

```
In[234]:= xRad = 0.0;
          radiusRad = 250;
          yRad = radiusRad;
          zRitzel = 16;
          ClearAll[uGetriebe];
          xLager = 345.0;
          yLager = 360.0;
          xRolle = 110.0;
          yRolle = 368.0;
          zRolle = 16;
          rahmenfest = True;
          Laufrichtung = -1;
          xKettenblatt = 359.0;
          yKettenblatt = 637.0;
          zKettenblatt = 52;
          radiusKurbel = 175.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
```

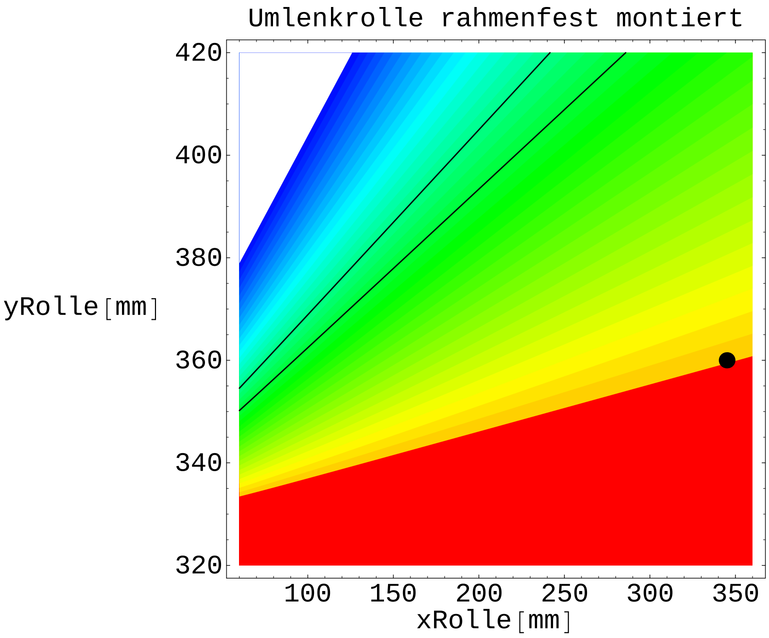
Mit diesen Werten lässt sich der Pedalrückschlag über einen Federweg von 50mm für alle 14 Gänge der Speedhub berechnen. Babei wird davon ausgegangen, daß die angegebene Geometrie für den Fall des belasteten Rades bei etwa 25% des Federweges gilt.

```
In[251]:= Geometrie = MakeGeometrie[];
          GetriebeNabe = {0.279, 0.316, 0.360, 0.409, 0.464,
             0.528, 0.600, 0.682, 0.774, 0.881, 1.000, 1.135, 1.292, 1.467};
          nGetriebeNabe = Length[GetriebeNabe];
          Bild = Table[
             Plot[deltaPedal[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
              {deltay, -13, 37},
              PlotStyle → Hue[(i - 2) / (nGetriebeNabe + 1)],
              PlotRange → All,
              DisplayFunction → Identity],
             {i, nGetriebeNabe}];
          Show[Bild,
            AxesLabel → {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



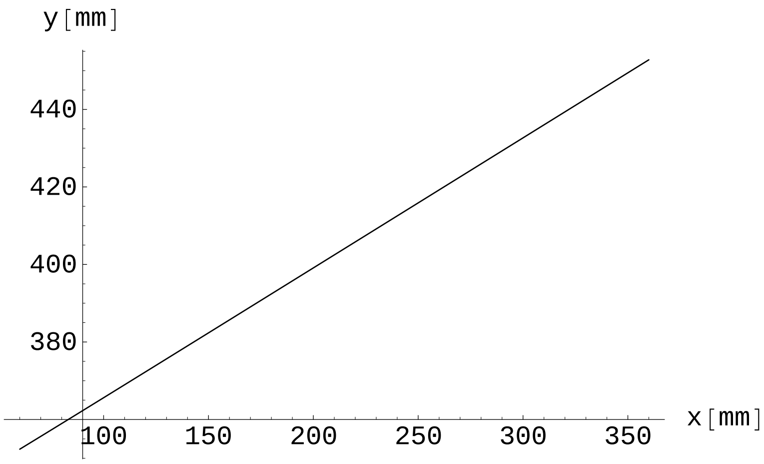
In dieser Darstellung entpricht die Farbe der Linien den einzelnen Gängen. Sie wurde von Rot für den den niedrigsten ersten Gang über Gelb, Grün und Blau nach Violett für den 14. Gang mit der höchsten Entfaltung gewählt. In einigen Gängen tritt ein merklicher Pedalrückschlag auf, der in den niedrigen Gängen bis zu 6 mm ausmacht.
Um zu sehen, ob sich eine bessere Lösung finden lässt, wird die Größe des Pedalrückschlages für verschiedene Positionen der rahmenfesten Umlenkrolle berechnet. Dabei wird von einem positiv Federweg von 37 mm und einem negativ Federweg von 13 mm ausgegangen. Für optimale Verhältnisse sollte der Pedalrückschlag bei 25 mm Einfederung Null sein. Die Optimierung wird für den fast in der Mitte liegenden 8. Gang der Rohloffnabe vorgenommen.

```
In[256]:= ClearAll[xRolle, yRolle];
          uGetriebe = 0.682;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          xStart = 60;
          xEnd = 360;
          yStart = 320;
          yEnd = 420;
          deltay = 25.0;
          levels = Range[-10, 10, 0.5];
          helpFunction[x_Real, y_Real] := Module[{},
             xRolle = x;
             yRolle = y;
             deltaPedal[MakeGeometrie[], deltay]
            ];
          b1 = ContourPlot[helpFunction[x, y],
             {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd}, PlotPoints → 50,
             Contours → levels,
             ContourShading → True,
             ContourLines → False,
             ColorFunction -> (If[# == 1.0, GrayLevel[1.0], Hue[0.8 * #]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          b2 = ContourPlot[helpFunction[x, y], {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd},
             PlotPoints → 50,
             Contours → {-1.0, 1.0},
             ContourShading → False,
             ContourLines → True,
             ColorFunction -> (If[Or[# == 1.0, # == 0.0], GrayLevel[1.0], GrayLevel[0.0]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          Show[b1, b2,
            Graphics[{PointSize[0.03], RGBColor[0, 0, 0], Point[{xLager, yLager}]} ],
            PlotLabel → "Umlenkrolle rahmenfest montiert",
            PlotRange → All,
            FrameLabel → {"xRolle[mm]", "yRolle[mm]"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Im weißen Bereich dieser Konturdarstellung ist die Änderung der Pedalposition positiv und ihr Betrag größer als 10 mm im roten Bereich negativ und der Betrag ebenfalls größer als 10 mm. Im Bereich zwischen den beiden schwarzen Linien ist der Betrag kleiner 1 mm. Die optimale Position liegt in guter Näherung auf einer Geraden, die deutlich oberhalb des Schwingendrehpunktes verläuft. Diese Gerade soll im Detail nocheinmal berechnet werden.

In[269]:=
```
xStart = 60;
xEnd = 360;
deltay = 25.0;
yRolle = 420.0;
helpFunction[x_Real] := Module[{},
   xRolle = x;
   yRolle = yRolleOpt[MakeGeometrie[], deltay]
  ];
Plot[helpFunction[x], {x, xStart, xEnd},
  AxesLabel -> {"x[mm]", "y[mm]"}];
```



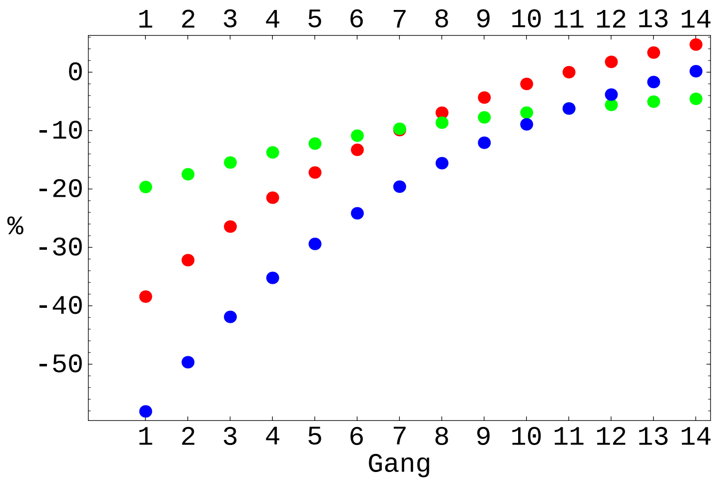
Diese Linie ist in die Skizze des Geometrieentwurfes mit eingezeichnet. Sie verläuft hier zufälligerweise fast parallel zur Schwinge Betrachtet man die anfangs gewählten Koordinaten für die rahmenfeste Umlenkrolle, so ist zu erkennen, das diese weniger als 1mm von dieser Linie entfernt liegen. Aus dem x Wert lässt sich sofort der Wert der zugehörigen y Koordinate berechnen.

In[275]:=
```
xRolle = 110.0;
yRolle = 368.0;
Geometrie = MakeGeometrie[];
yRolle = yRolleOpt[Geometrie, deltay];
{xRolle, yRolle}
```

Out[279]= {110., 368.963}

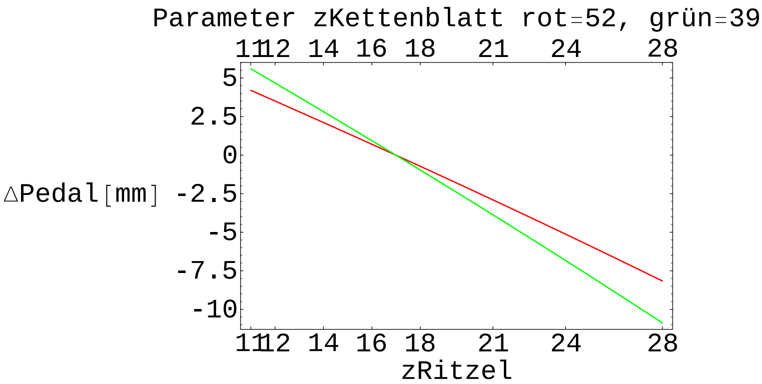
Lassen wir die Position der Umlenkrolle bei diesem um knapp 1mm veränderten Werten und sehen uns noch mal genauer den Einfluß der Schaltnabe an, auch wenn die Drehmomente Bilanz unvollständig ist. Dazu werden die einzelnen Effekt getrennt für eine Einfederung von 50% des gesamten Federweges (entsprechend 25mm) betrachtet.

In[280]:=
```
ClearAll[uGetriebe];
Geometrie = MakeGeometrie[];
lSchwinge = Abstand[{xRad, yRad}, {xLager, yLager}];
deltay = 25.0;
T = 100.0 * {Table[(radiusRitzel * (1 - 1 / GetriebeNabe[[i]]) / lSchwinge) *
      radiusKurbel / radiusKettenblatt, {i, nGetriebeNabe}],
    Table[((lKette[GeometrieNeu[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]},
            deltay - 0.05]] - lKette[GeometrieNeu[
            Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay + 0.05]]) / 0.1) *
      radiusKurbel / radiusKettenblatt, {i, nGetriebeNabe}],
    Table[Effekt[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
     {i, nGetriebeNabe}]};
color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
Bild = Table[ListPlot[T[[i]],
     PlotStyle → {color[[i]], PointSize[.02]},
      DisplayFunction → Identity],
    {i, 3}];
Show[Bild,
  Frame → True,
  Axes → False,
  FrameLabel → {"Gang", "%"},
  FrameTicks → {{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14}, Automatic},
  RotateLabel → False,
  DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



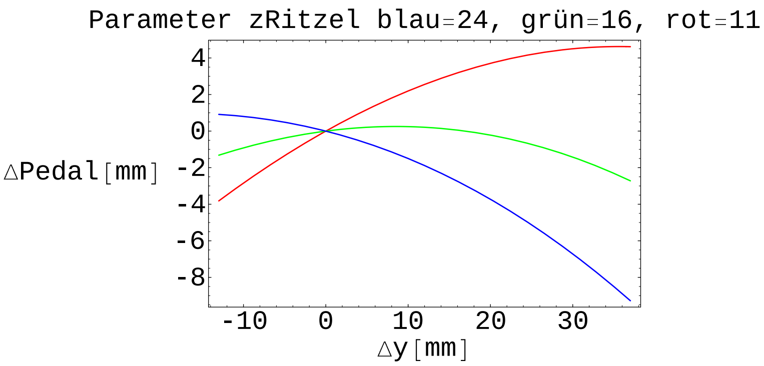
Die roten Punkte zeigen den Effekt des von der Nabe eingeleiteten Drehmomentes, die grünen Punkte das aus dem Pedalrückschlag resultierende Drehmoment und die blauen Punkte den resultierenden Effekt. Bei dieser Geometrie bewirken sowohl die Kettenzugkräfte als auch die aus der Nabe in die Schwinge eingeleiteten Drehmomente eine Ausfederung. Damit wirken diese Drehmomente in der gleichen Richtung wie die Fahrwiderstände, die ebenfalls zu einer Entlastung des Vorderrades und einer Belastung des Hinterrades führen. Inwieweit das im praktischen Fahrbetrieb spürbar ist und negative Auswirkungen auf das Fahrverhalten hat, kann mit diesem Ansatz nicht abgeschätzt werden. Das Problem mit dem in die Nabe eingeleiteten Stützmomenten entfällt bei Verwendung einer Kettenschaltung. Deswegen soll im Folgenden zum Vergleich die gleiche Geometrie mit einer 16 Gang Kettenschaltung betrachtet werden.

```
In[288]:= ClearAll[ zRitzel, zKettenblatt, z1, z2];
          uGetriebe = 1.0;
          deltay = 25.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          zDreifachGarnitur = {52, 39};
          color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
          Bild = Table[z2 = zDreifachGarnitur[[i]];
             Plot[deltaPedal[
               Geometrie /. {zRitzel → z1, zKettenblatt → z2}, deltay], {z1, 11, 28},
               PlotStyle → color[[i]],
               DisplayFunction → Identity],
             {i, 2}];
          Show[Bild,
            Frame → True,
            Axes → False,
            FrameLabel → {"zRitzel", "ΔPedal[mm]"},
            FrameTicks → {{11, 12, 14, 16, 18, 21, 24, 28}, Automatic},
            RotateLabel → False,
            PlotLabel → "Parameter zKettenblatt rot=52, grün=39",
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Auch mit einer Kettenschaltung tritt ein merklicher Pedalrückschlag auf, der um so größer ist, je stärker die Ritzelgröße von dem für die Optimierung zugrunde gelegten Wert abweicht. Auffällig ist die starke Abhängigkeit von der Ritzelgröße bei eher geringem Einfluß der Zähnezahl des Kettennblattes. Schaut man sich die Abhängigkeit der Pedalposition von der Einfederung für drei der acht verschiedenen Ritzelgrößen genauer an,

```
In[296]:= ClearAll[ zRitzel, z1];
          zRitzelpaket = {11, 18, 24};
          zKettenblatt = 52;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          Bild = Table[z1 = zRitzelpaket[[i]];
             Plot[deltaPedal[Geometrie /. {zRitzel → z1}, deltay], {deltay, -13.0, 37.0},
               PlotStyle → color[[i]],
               DisplayFunction → Identity],
             {i, 3}];
          Show[Bild,
            Frame → True,
            Axes → False,
            FrameLabel → {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"},
            FrameTicks → {Automatic, Automatic},
            RotateLabel → False,
            PlotLabel → "Parameter zRitzel blau=24, grün=16, rot=11",
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



erkennt man, daß die Verhältnisse für die Kettenschaltung eher noch ungünstiger sind als für eine Nabenschaltung.. Die Änderungder Pedalposition ist in diesem Falle noch größer.

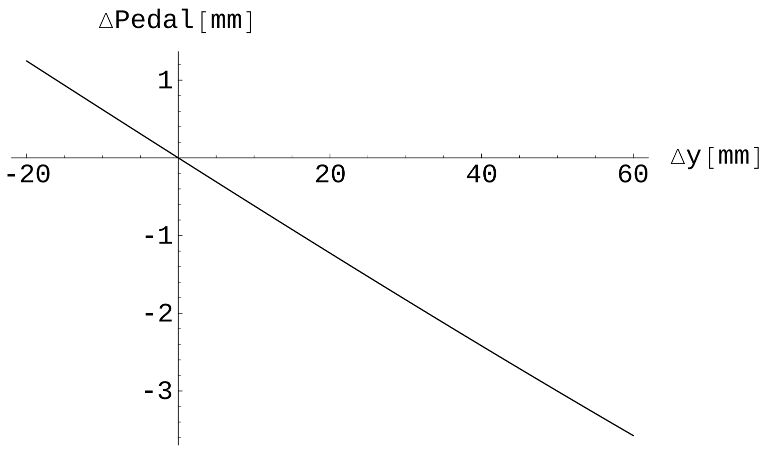
■ Parallelogrammschwinge

In einer schon einige Zeit zurückliegenden Diskussion auf der HPV Mailingliste über die Möglichkeit eines gefederten Vorderradantriebes hatte ich eine Parallelogrammschwinge vorgeschlagen, mit der es ebenfalls möglich sein sollte, Antrieb und Federung weitestgehend zu entkoppeln. Eine solche etwas abgewandelte Lösung wurde in Berlin für den Prototyp eines BacktoBack Tiefliegertandems realisiert und ist Anlass für die genauere Beschäftigung mit dieser Geometrie, bei der es sich um eine spezielle Variante einer Schwinge mit vier Gelenken handelt. Die Anwendung des dafür aufgestellten Geometriemodelles ist zur Modellierung der Bewegung des Rades, dessen Mittelpunkt nicht mehr mit dem zweiten Bezugspunkt der Schwinge zusammenfällt, erforderlich. Unter der Voraussetzung eines Parallelogrammes reicht die Kenntnis der Positionen von zwei der vier Gelenke aus. Alle den folgenden Berechnungen zugrundeliegenden Abmessungen sind, da keine andere Quelle vorlag, der Skizze vom Oktober 2000 entnommen.

```
In[302]:= xRad = 0.0;
          radiusRad = 250;
          yRad = radiusRad;
          zRitzel = 18;
          uGetriebe = 1;
          xLager = {390.0, -102.0};
          yLager = {667.0, 580.0};
          xRolle = -39.0;
          yRolle = 567.0;
          zRolle = 24;
          rahmenfest = False;
          Laufrichtung = +1;
          xKettenblatt = 405.0;
          yKettenblatt = 583.0;
          zKettenblatt = 52;
          radiusKurbel = 175.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
```

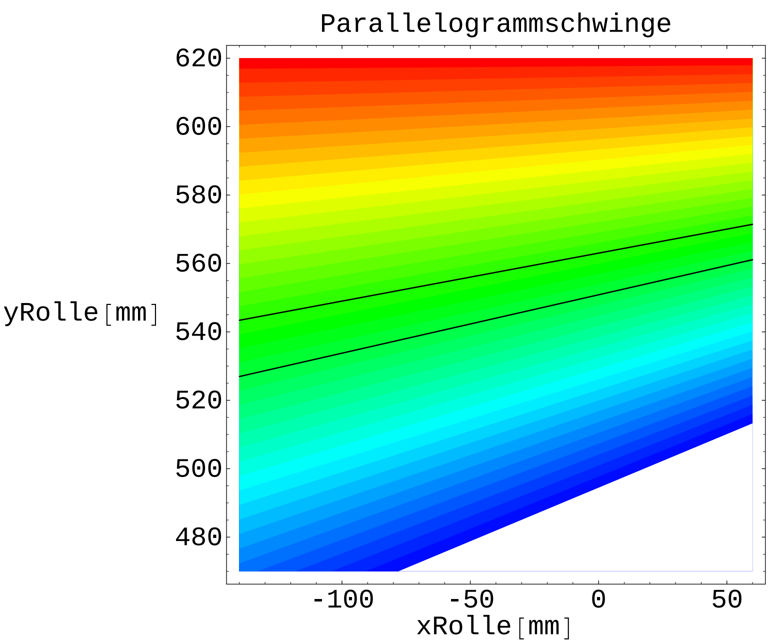
Mit diesen Werten lässt sich der Pedalrückschlag über den Federweg von −20bis +60 mm berechnen.

```
In[319]:= Plot[deltaPedal[Geometrie, deltay], {deltay, -20.0, 60.0},
            AxesLabel → {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"},
            RotateLabel → False,
            PlotRange → All];
```



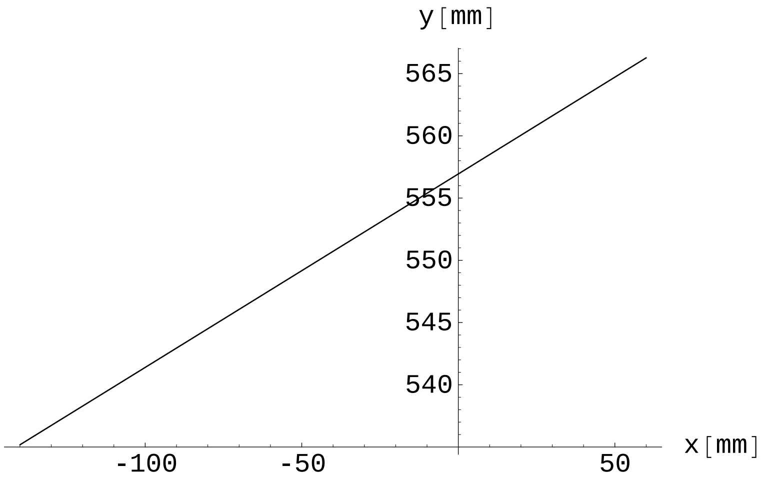
Die gewählte Lage der Umlenkrolle ist noch nicht optimal. Für optimale Verhältnisse sollte die Änderung der Pedalposition bei 2/3 des Federweges etwa Null betragen. Gesucht ist der Bereich für die Position der Umlenkrolle, in dem diese Forderung Näherungsweise erfüllt ist. Zu diesem Zweck wird der Pedalrückschlag als Funktion der x und y Koordinaten der Umlenkrolle in einer Konturgrafik dargestellt.

```
In[320]:= ClearAll[xRolle, yRolle];
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          xStart = -140.0;
          xEnd = 60.0;
          yStart = 470.0;
          yEnd = 620.0;
          deltay = 40.0;
          levels = Range[-10, 10, 0.5];
          helpFunction[x_Real, y_Real] := Module[{},
             xRolle = x;
             yRolle = y;
             deltaPedal[MakeGeometrie[], deltay]
            ];
          b1 = ContourPlot[helpFunction[x, y],
             {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd}, PlotPoints → 50,
             Contours → levels,
             ContourShading → True,
             ContourLines → False,
             ColorFunction -> (If[# == 1.0, GrayLevel[1.0], Hue[0.8 * #]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          b2 = ContourPlot[helpFunction[x, y], {x, xStart, xEnd}, {y, yStart, yEnd},
             PlotPoints → 50,
             Contours → {-1.0, 1.0},
             ContourShading → False,
             ContourLines → True,
             ColorFunction -> (If[Or[# == 1.0, # == 0.0], GrayLevel[1.0], GrayLevel[0.0]] &),
             DisplayFunction → Identity];
          Show[b1, b2,
            PlotLabel → "Parallelogrammschwinge",
            PlotRange → All,
            FrameLabel → {"xRolle[mm]", "yRolle[mm]"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Die Größe des Pedalrückschlages wird durch die Farbe wiedergegeben. Im weißen Bereich ist die Änderung der Pedalposition positiv und ihr Betrag größer als 10 mm im roten Bereich negativ und der Betrag ebenfalls größer als 10 mm. Im Bereich zwischen den beiden schwarzen Linien ist der Betrag kleiner 1 mm. Die optimale Position liegt in guter Näherung auf einer Geraden. Diese Gerade kann nochmal genauer berechnet werden.

In[332]:=
```
xStart = -140;
xEnd = 60;
deltay = 40.0;
yRolle = 567.0;
helpFunction[x_Real] := Module[{},
   xRolle = x;
   yRolle = yRolleOpt[MakeGeometrie[], deltay]
  ];
Plot[helpFunction[x], {x, xStart, xEnd},
  AxesLabel -> {"x[mm]", "y[mm]"}];
```



Die Gerade verläuft durch die Punkte :

In[338]:=
```
yRolle = 550.0;
{{xRolle = -140, yRolleOpt[MakeGeometrie[], deltay]},
 {xRolle = 60.0, yRolleOpt[MakeGeometrie[], deltay]}}
```

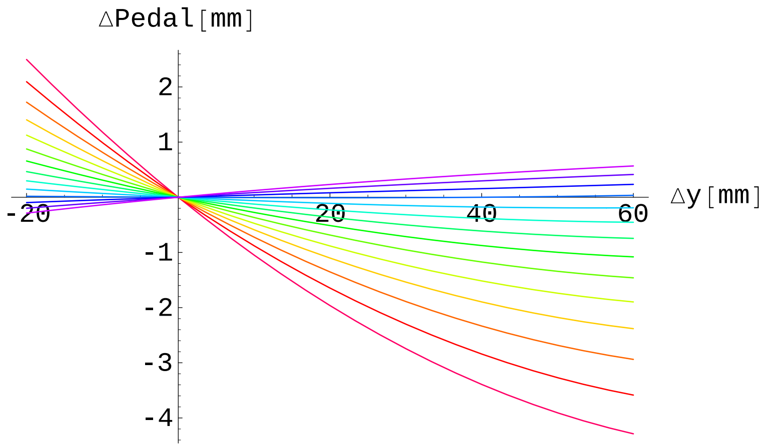
Out[339]=
```
{{-140, 535.178}, {60., 566.269}}
```

und ist in die Zeichnung der Parallelogrammschwinge mit eingezeichnet. Die zweite Bedingung für die Position der Umlenkrolle ergibt sich aus der Forderung, daß die Kettenzuglinie zwischen Umlenkrolle und Ritzel parallel zur Lenkachse verlaufen sollte um Wechselwirkungen zwischen Antrieb und Lenkung gering zu halten. Daraus ergibt sich als Position für eine Umlenkrolle mit 24 Zähnen :

In[340]:=
```
xRolle = -36.9;
yRolle = 551.2;
```

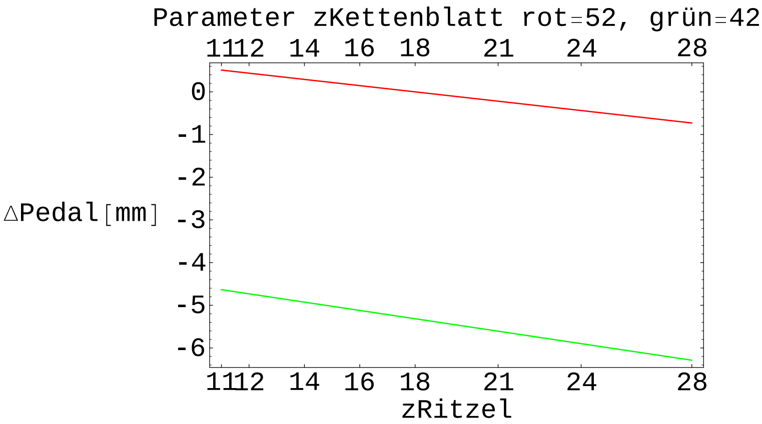
Damit lässt sich der Pedalrückschlag für alle 14 Gänge der Rohloff Nabenschaltung berechnen.

```
In[342]:= ClearAll[uGetriebe];
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          GetriebeNabe = {0.279, 0.316, 0.360, 0.409, 0.464, 0.528,
            0.600, 0.682, 0.774, 0.881, 1.000, 1.135, 1.292, 1.467};
          nGetriebeNabe = Length[GetriebeNabe];
          Bild = Table[
             Plot[deltaPedal[Geometrie /. {uGetriebe → GetriebeNabe[[i]]}, deltay],
              {deltay, -20.0, 60.0},
              PlotStyle → Hue[(i - 2) / (nGetriebeNabe + 1)],
              PlotRange → All,
              DisplayFunction → Identity],
             {i, nGetriebeNabe}];
          Show[Bild,
            AxesLabel → {"Δy[mm]", "ΔPedal[mm]"},
            RotateLabel → False,
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Eine Betrachtung des Drehmomenteneintrages durch die Nabenschaltung kann an dieser Stelle entfallen, da bedingt durch die Parallelogrammkonstruktion der Schwinge diese Drehmomente in den Rahmen weitergeleitet werden ohne das sich ein Drehmoment ergibt, das die Lage des Rades verändern würde. In den kleinen Gängen tritt eine merkliche Rückwirkung der Federung auf den Antrieb auf, wohingegen in den oberen meist genutzten Gängen diese nur sehr minimal ist. Die gleiche Berechnung kann für eine Kettenschaltung mit doppeltem Kettenblatt wiederholt werden.

```
In[347]:= ClearAll[zRitzel, zKettenblatt, z1, z2];
          uGetriebe = 1.0;
          deltay = 40.0;
          Geometrie = MakeGeometrie[];
          zDreifachGarnitur = {52, 39};
          color = {RGBColor[1, 0, 0], RGBColor[0, 1, 0], RGBColor[0, 0, 1]};
          Bild = Table[z2 = zDreifachGarnitur[[i]];
             Plot[deltaPedal[
               Geometrie /. {zRitzel → z1, zKettenblatt → z2}, deltay], {z1, 11, 28},
               PlotStyle → color[[i]],
               DisplayFunction → Identity],
             {i, 2}];
          Show[Bild,
            Frame → True,
            Axes → False,
            FrameLabel → {"zRitzel", "ΔPedal[mm]"},
            FrameTicks → {{11, 12, 14, 16, 18, 21, 24, 28}, Automatic},
            RotateLabel → False,
            PlotLabel → "Parameter zKettenblatt rot=52, grün=42",
            DisplayFunction → $DisplayFunction];
```



Auch hier ergibt sich in den kleinen Gängen, beim kleinen Kettenblatt, ein merklicher Pedalrückschlag, der bei noch kleinerem Kettenblatt entsprechend stärker ausfallen würde. Dieses Verhalten ist ein gänzlich anderes verglichen mit der für die gezogene Schwinge ermittelten geringen Abhängigkeit von der Kettenblattgröße. Demgegenüber ist hier die Abhängigkeit von der Ritzelgröße nur minimal.
Insgesamt ist bei den hier betrachteten Vorderradantrieben eine deutlich stärkere Abhängigkeit des Pedalrückschlages von der gewählten Entfaltung zu beobachten als beim Hinterradantrieb mit Umlenkrolle. Dies mag durch die geringeren Abstände zwischen den einzelnen die Richtung des Kettenstranges ändernden Komponenten Ritzel, Umlenkrolle und Kettenblatt bedingt sein. Durch die kompaktere Anordung ergeben sich deutlich größere Änderungender Kettenzugrichtung beim Wechsel zwischen den einzelnen Kettenblättern bzw Ritzeln.